ISSN 2007-9737

Simulación de Monte Carlo para el juego de dominó

Benjamin Moreno Montiel[1], Carlos Hiram Moreno Montiel[2], Jonathan Ignacio Alfaro Pérez[1], Gustavo Fernando Domínguez Sánchez[1], René MacKinney Romero[1]

[1] Universidad Autónoma Metropolitana,
Unidad Iztapalapa,
México

[2] Universidad Tecnológica de México,
México

{opelo1209, jonas4784, dahionx, hiramoreno}@gmail.com,
rene@xanum.uam.mx

Resumen. En este artículo se muestran los resultados obtenidos mediante simulación estadística, o método de Monte Carlo para decidir qué tipo de estrategia es la más adecuada para llevar a cabo un popular juego de fichas llamado dominó. El dominó es un juego de fichas con un par de números que van del cero (blanco) al seis, en el que el objetivo es sacar varias fichas de siete en la mesa de acuerdo con un conjunto de reglas. El dominó es un juego aleatorio, no siempre se puede asegurar que tengas el mismo resultado, mucho menos saber qué probabilidades tendremos de ganar o perder una partida, en este caso depende de qué tipo de estrategia se utilice para llevar a cabo la partida. En este artículo mostraremos algunas de las estrategias más utilizadas para iniciar el juego, así como para desarrollarlo. La simulación de Monte Carlo se utiliza para determinar la mejor de estas estrategias y así tener una base estadística para determinar el comportamiento de este juego. En base a estas pruebas estadísticas, finalizaremos este trabajo mostrando que la estrategia para el inicio del juego no afecta el comportamiento del juego y mostraremos que la mejor estrategia encontrada es la denominada "Tirar la ficha más acompañada "

Palabras clave. Inteligencia artificial, dominó, estrategias de juego, Matlab, Monte Carlo.

Monte Carlo Simulation for the Game of Domino

Abstract. This paper shows the results obtained through statistical simulation, or Monte Carlo method to decide which type of strategy is the most appropriate to carry out a popular chip game called the Domino. The Domino is a chip game with a couple of numbers ranging from zero (white), to six, in which the objective is to draw several seven chips on the table according to a set of rules. The Domino is a random game, so it cannot be always ensured that you have the same result, much less know what odds we have to win or lose a game. In this case, it depends on what type of strategy is used to carry out the game. In this paper, we will show some of the most used strategies to start the game, as well as to develop the game. The Monte Carlo simulation is used to determine the best of these strategies and thus have a statistical basis to determine the behavior of this game. Based on these statistical tests, we finalize this paper by showing that the strategy for the beginning of the game does not affect the behavior of the game and we show that the best strategy found is the so-called "Throw the most accompanied chip".

Keyword. Artificial intelligence, domino, game strategies, Matlab, Monte Carlo.

1. Introducción

Bajo el nombre de método Monte Carlo o simulación Monte Carlo se agrupan una serie de procedimientos para analizar distribuciones de variables aleatorias usando simulación de números aleatorios con una distribución uniforme [1]. Una variable aleatoria es una función que asigna un valor, usualmente numérico, al resultado de un experimento aleatorio. Los valores posibles de esta función pueden representar los estados de un experimento aún no realizado o los valores de una cantidad cuyo valor actualmente es incierto.

ISSN 2007-9737

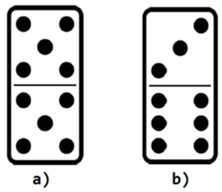


Fig. 1. Formato de fichas de Dominó. a) Ficha: Mula de cinco b) Ficha: Seis tres

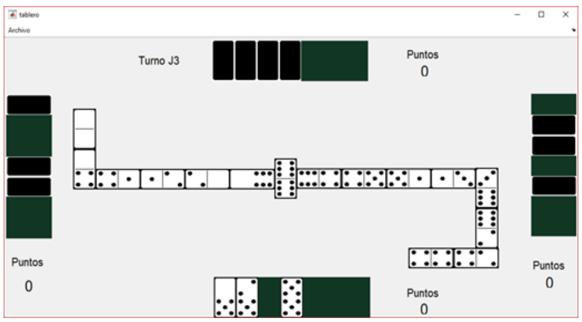


Fig. 2. Desarrollo del juego de Dominó

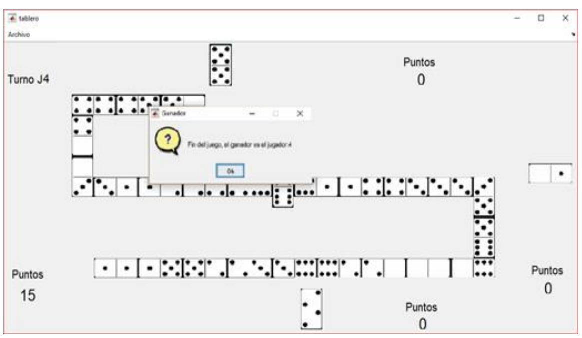


Fig. 3. Fin de una ronda de dominó

Por una parte, un proceso estocástico es una colección o familia de variables aleatorias, que en general se suele identificar con el tiempo [2].

Por tanto, para cada instante tendremos una variable aleatoria distinta, por lo que un proceso estocástico puede interpretarse como una sucesión de variables aleatorias cuyas características pueden variar a lo largo del tiempo.

Por otra parte, los procesos determinísticos son aquellos en donde se supone que todos los datos se conocen con certeza, es decir, se tiene un caso contrario al proceso estocástico, esto es, siempre se tiene la misma solución para un conjunto de datos iniciales [2].

El Método de Monte Carlo proporciona soluciones a una gran variedad de problemas matemáticos haciendo experimentos con conjuntos de datos estadísticos en una computadora. El método es aplicable a cualquier tipo de proceso, sea estocástico o determinístico [3]. En este trabajo se pretende aplicar el Método Monte Carlo para encontrar la mejor estrategia para un juego de mesa llamado dominó. El juego del dominó encaja en la descripción de un proceso estocástico, ya que en cada partida se tiene una combinación que puede ser diferente y puede considerarse pseudoaleatoria (existirán posibilidad de repeticiones). Cada interacción del juego puesto en marcha dependerá de la estrategia de juego de cada integrante dentro del juego, lo cual se comporta como una sucesión de variables aleatorias tal y como se señaló en la descripción de un proceso estocástico.

El dominó es un juego de mesa que consiste en utilizar fichas rectangulares que generalmente son blancas por un lado y negras por el otro [4]. En la parte blanca están divididas en dos lados en los cuales se encuentran marcados los puntos de cada una de estas y van desde cero a seis. El juego consta normalmente de 28 piezas, en donde a las fichas dobles se les conoce como mulas siendo la ficha más grande la mula de seis. En la Figura 1.a y Figura 1.b se pueden visualizar dos fichas de Dominó.

El objetivo del juego es alcanzar una determinada puntuación, generalmente 100, repitiendo una serie de rondas hasta alcanzar dicho puntaje [5].

El jugador que gana una ronda, se le suman los puntos de las fichas de sus adversarios. Las partidas de dominó constan de una o más rondas dependiendo de la evolución del juego. Para iniciar una ronda se efectúan los siguientes pasos [5]:

– Las fichas se colocan boca abajo sobre la mesa y se mezclan, a este proceso se le conoce coloquialmente como hacer la sopa.

– Cada uno de los jugadores toman al azar siete fichas.

– Hay varias maneras de empezar a jugar. En la primera ronda empieza el jugador que tiene el doble seis o Mula de seis. En las rondas siguientes empieza el jugador que haya ganado el juego anterior.

– El desarrollo del juego se da de la siguiente manera:

    a. En su turno cada jugador colocará una de sus fichas con la restricción de que dos fichas solo pueden colocarse juntas cuando los puntos en los lados de estas sean del mismo valor.

    b. Es costumbre colocar los dobles o mulas de forma transversal, colocar un doble suele llamarse doblarse.

    c. Si un jugador no puede colocar ninguna ficha en su turno tendrá que pasar el turno al siguiente jugador. En la Figura 2 se muestra el desarrollo del juego, tomando como apoyo la aplicación grafica que será revisada en la Sección de Metodología.

– Las condiciones para que se dé el fin de una ronda son:

    a. Alguno de los jugadores se queda sin fichas por colocar en la mesa, en este caso el jugador gana y se dice que dominó el juego.

    b. El cierre del juego, es decir, cuando a pesar de que los jugadores aún tengan fichas en juego ninguna pueda colocarse, se atribuye el cierre, al jugador que coloca la última ficha, ganará el jugador cuyas fichas sumen menos puntos.

    c. En caso de empate gana el jugador más cercano al que salió en el sentido de rotación acordado, (generalmente inverso a las agujas del reloj). En la Figura 3 se muestra el final de un juego con cuatro jugadores, en el cual el Jugador etiquetado con J4 ha terminado de poner todas sus fichas.

El método Montecarlo es una técnica de muestreo estadístico cuyos orígenes se remontan al año 1946 con algunas observaciones que hizo el matemático polaco Stanisław Ulam durante la convalecencia de una enfermedad [6]. Él se preguntaba ¿Cuál era la probabilidad de terminar exitosamente un juego de solitario? Después de pasar tiempo resolviendo esta pregunta usando técnicas de combinatoria, se dio cuenta que analíticamente sería muy difícil obtener la probabilidad exacta.

Es por ello por lo que se planteó realizarlo de forma cuantitativa al jugar cien veces el juego e ir contando los juegos exitosos y de esa manera tener una prueba estadística. El problema con este enfoque era hacerlo físicamente (realizar una por una todas las partidas) o llevarlo a la simulación.

La segunda posibilidad ya era posible con la aparición en esa época de la computadora, rápidamente se imaginó la posibilidad de aplicar este método a situaciones complejas, como en la física matemática, y Ulam le platicó de este método a John von Neumann, con quien estaba trabajando en el proyecto Manhattan. Von Neumann entendió la relevancia del método para atacar problemas termonucleares relacionados con el proyecto Manhattan [7], y la posibilidad práctica de llevarlos a cabo con la recién desarrollada computadora de la Universidad de Pennsylvania, ENIAC (un acrónimo inglés de *Electronic Numerical Integrator And Computer*).

Para la simulación Monte Carlo que mostraremos en este artículo utilizamos dos tipos de estrategias acorde a la evolución del juego, que llamaremos estrategias de salida y estrategias para el desarrollo del juego. En base a la simulación de una serie de combinación de estas dos estrategias de juego en este trabajo mostraremos los resultados estadísticos para describir el comportamiento de este juego de fichas.

La organización de este artículo es la siguiente, en la Sección de Trabajo Previo mostraremos una aplicación de Simulación Monte Carlo a un juego de cartas llamado Siete y Medio, en la cual se mostrará el comportamiento que tiene este juego al proponer dos diferentes estrategias para llevar a cabo dicho juego de cartas. En la sección de simulación Monte Carlo para el juego de Domino, se describirán cada una de las estrategias de juego que se establecieron, así como la estructura de las simulaciones que se realizaron en este trabajo. En la Sección de Resultados y discusión mostraremos cada una de las simulaciones Monte Carlo que se realizaron con las estrategias que se

Fig. 4. Palos de la Baraja Española

presentaran en la Sección de simulación Monte Carlo para el juego de Domino. Finalmente mencionaremos cuales fueron las Conclusiones y el Trabajo a Futuro obtenido de este trabajo de investigación.

2. Trabajo previo

2.1. Generalidades del juego del Siete y Medio

Durante el siglo XIV en países europeos como Suiza, Italia, Bélgica, Francia y España [8], se tiene reportadas las primeras apariciones de una serie de tarjetas llamadas barajas, en donde se le daba un uso como cartas tarot, para poder predecir eventos del futuro según los ocultistas de esa época.

La baraja española tiene cuatro grupos de cartas los cuales son llamados palos, estos son los Oros, las Copas, las Espadas y los Bastos [8], que se corresponden con los diamantes, corazones, picas y tréboles de las barajas francesa e inglesa, y con los cascabeles, corazones, hojas y bellotas de la alemana. En la Figura 4 se muestran las figuras de cada uno de estos palos.

Por el siglo XVII el juego de Siete y medio tuvo su inicio en Italia [9], donde se jugaba con cartas que tenían inscritos los valores de 7, 8 y 9, adicionalmente se contaba con cartas con figuras. Las cartas con inscripción 7, 8 y 9 valían un punto y las cartas de figura valían medio punto, entonces los jugadores trataban de obtener un acumulado de puntos lo más cercano a 7.5, si algún jugador llegaba a pasarse de 7.5 puntos, perdía automáticamente.

Actualmente un mazo de barajas españolas cuanta con un total de 40 cartas. Por cada palo se tiene: 1 As (termino coloquial para denotar a la carta con numero 1), 6 cartas numeradas del 2 al 7 y 3 cartas de figura que son un Rey, un Caballero y una dama, estas últimas dos cartas son llamadas coloquialmente Caballo y Sota respectivamente [8]. Normalmente los valores de cada carta para el juego de Siete y Medio son:

- Cada As vale 1 punto.
- Cartas numeradas del 2 al 7 tiene su valor correspondiente.
- Las cartas de figura valen medio punto.

El objetivo del juego del Siete y medio es juntar, con un determinado número de cartas, la cantidad de puntos que sea igual o lo más cercano posible a 7.5, sin pasarse [9].

Es por esto por lo que los jugadores estarán pidiendo cartas hasta lograr el puntaje objetivo del 7.5. Existen dos formas de iniciar los puntos de la casa, la primera es dando medio punto inicial a la casa, la segunda forma es que tanto la casa como el jugador empiecen con cero puntos al inicio.

Se pueden considerar dos casos para la repartición de las cartas para llevar a cabo el juego del Siete y Medio: Repartición continua y Repartición primero al jugador [10]. En la siguiente sección se describen cada una de las posibles reparticiones del juego.

2.2. Repartición de cartas para llevar a cabo el juego del Siete y Medio

2.2.1. Repartición continua

Los pasos para llevar a cabo la repartición de cartas continua son los siguientes:

- Independientemente de la forma en cómo se inicialice los puntos de la casa, la casa reparte una carta al o los jugadores involucrados en el juego, incluyéndose ella misma como una entidad más en el juego. La peculiaridad que se tiene es que cada una de las cartas es repartida boca abajo (termino coloquial para referirse a que la figura o número en cuestión no se podrá visualizar), lo cual agrega una incertidumbre al juego.
- Una vez que cada entidad del juego tiene una carta, revisa la misma y decide pedir

más cartas o plantarse (termino coloquial para dejar de pedir cartas) con el puntaje acumulado.

En caso de que alguna entidad del juego (incluyendo la casa) en base a su estrategia de juego decide pedir mas cartas, debe indicar si quiere la carta boca abajo o boca arriba (termino coloquial para mostrar el contenido de la carta). En caso de pedir una carta boca abajo debe asegurase de no tener ninguna carta sobre la mesa de juego del mismo modo.

Este es el paso iterativo de esta forma de cómo llevar a cabo el juego de Siete y Medio, ya que las entidades estarán pidiendo más cartas hasta alcanzar el objetivo de sus estrategias de juego o el caso en el que alguna entidad se haya pasado del siete y medio:

– Al llegar a este paso del juego significa que algunas de las entidades iniciales del juego tienen sobre la mesa un puntaje cercano o igual a 7.5. Este es el paso final ya que todos muestran el puntaje final y se le otorga la victoria a aquella entidad que tenga un mayor puntaje. En el caso de empates y que la casa esté involucrada, la victoria será para la casa.

2.2.2. Repartición primero al jugador

Los pasos para llevar a cabo la repartición de cartas primero al jugador son muy similares a los pasos establecidos de la Sección B-1. La única diferencia radica en que primero se reparte al o los jugadores involucrados. El jugador en base a su estrategia de juego pide o no más cartas. El jugador puede plantarse en un puntaje cercano o igual a 7.5, o también corre el riesgo de pasarse de 7.5.

En el caso que el jugador se pasa (pensando en un escenario 1 vs. 1), el juego se dará por finalizado y la carta obtiene la victoria. En el caso que el jugador se plante, la casa se repartiría sus propias cartas buscando que se cumpla su estrategia de juego. Al finalizar este caso se contabilizarán los puntos de ambas entidades y se decidirá a quien se le da la victoria ya sea porque la casa tiene un mayor puntaje o por los casos de empate.

2.2.3. Estrategias de juego

En este trabajo previo se consideraron dos estrategias de juego para simular las acciones que se deben de tomar en el desarrollo del juego Repartición primero al jugador.

a) Estrategia del puntaje objetivo

La primera estrategia se desarrolló haciendo similitud con las reglas a las que se somete la casa en una partida de Blackjack [10], para este caso la casa tiene que seguir un puntaje objetivo, en este caso se sabe que Blackjack tiene por objetivo juntar el puntaje más cercano a 21, por ello el puntaje objetivo para la casa es 17, si se llega a tener un puntaje acumulado de 17 la casa procede a plantarse.

Algo similar se consideró en el Siete y Medio, salvo que para este caso el puntaje objetivo va a ser 5.5, esta regla de decisión puede describirse de la siguiente forma:

$$f_1(mp) = \begin{cases} S & si\ (mp \leq 5.5), \\ P & en\ otro\ caso. \end{cases} \quad (1)$$

En la Ecuación (1) se tiene la siguiente información:

– mp = Mi puntaje,

– S = Seguir pidiendo más cartas,

– P = Plantarse con las cartas ya acumuladas.

La justificación del porqué escoger 5.5 como valor objetivo, tiene que ver con las probabilidades de perder o ganar si se decide plantarse. Calculemos la probabilidad aproximada de perder si nos decidimos plantarnos en el valor objetivo propuesto, en este caso sería 5.5, las cartas que harían que nos pasáramos son 3, 4, 5, 6 0 7, por lo que la probabilidad aproximada de perder si nos decidiéramos plantarse, $P_{P\_5.5}$, sería:

$$P_{P\_5.5} = P(3) + P(4) + P(5) + P(6 + P(7) = \frac{20}{40} = 50\% .$$

En este caso tenemos las mismas posibilidades de ganar que de perder, es por ello por lo que este fue un buen valor objetivo ya que las probabilidades son parejas, tanto para el jugador como para la casa. Se puede ver que, en cualquier

ISSN 2007-9737

otro caso para el puntaje, se tiene desventaja, ya sea para el jugador o para la casa.

b) Estrategia de las probabilidades

Esta segunda estrategia utiliza dos probabilidades, la probabilidad de ganar sin pedir más cartas denotada por Pg y la probabilidad de pasarse si se pide otra carta denotada por Pp. Esta regla de decisión fue propuesta por Perea, Puerto y Lagares [9], y está dada por la siguiente formula:

$$f_1(P_g, P_p) = \begin{cases} P & si\,\{(P_g \geq 0.7)\ \vee \\ ((P_g \in [0.1, 0.7)\,)\ \wedge (P_p \geq 0.55)\,. \\ S & en\ otro\ caso \end{cases} \quad (2)$$

En la Ecuación (2) se tiene la siguiente información:

- P_g = Probabilidad de ganar si no se pide otra carta,
- P_p = Probabilidad de perder si se pide otra carta,
- S = Seguir pidiendo cartas,
- P = Plantarse con las cartas ya acumuladas.

El objetivo de esta estrategia es usar la noción de probabilidad condicional para calcular P_g y P_p, esta se fórmula de la siguiente forma. Sean X, Y dos sucesos, en donde $P(Y\,) > 0$. La probabilidad de que el suceso X ocurra dado que ya ocurrió el suceso Y, lo podemos calcular mediante la probabilidad condicional que se expresa en la Ecuación (3):

$$P(X|Y) = \frac{P(X \cap Y)}{P(Y)}. \quad (3)$$

2.2.4. Simulación y resultados

Se realizaron simulaciones Monte Carlo para poder obtener las probabilidades de ganar para la casa cuando ocupa tanto la estrategia de las probabilidades como la estrategia del valor objetivo contra un jugador que siempre ocupa la estrategia del valor objetivo. Para poder obtener una buena aproximación de las victorias que la casa o el jugador puedan obtener, se necesita realizar un número considerable de partidas para poder sacar el valor de estas probabilidades.

La forma de jugar que se escogió para estas simulaciones la de Repartición primero al jugador y se incluyeron las dos estrategias respecto a la forma en que se inician los puntos de la casa, por un lado, la casa empieza con 0 puntos la partida, y la otra forma, es darle un medio punto de ventaja a la casa una vez que se empieza una partida.

Antes de revisar los resultados obtenidos en este trabajo previo, cabe señalar cuales fueron las abreviaturas para mostrar dichos resultados, los cuales son los siguientes:

- PCM = Partida con medio punto inicial para la casa.
- PSM = Partida sin medio punto inicial para la casa.
- CEP = La casa juega usando la Estrategia de las probabilidades.
- CEVO = La casa juega usando la Estrategia de Valor Objetivo.
- JEVO = El jugador juega usando Estrategia de Valor Objetivo.

A continuación, mostramos las gráficas de los resultados para las diferentes formas de jugar. Se realizaron 10 simulaciones con 5,000 partidas cada una, para poder predecir cuál es la probabilidad de ganar para la casa y el jugador. Las veces que ganó y perdió la casa y el jugador utilizando diferentes combinaciones en las estrategias de juego, se muestran en la Figura 5.

Dada la evidencia muestral mostrada en la Figura 5, se puede concluir que la casa tiene ventaja al jugar con la Estrategia de probabilidades. En el caso de que tanto la casa como el jugador utilicen la Estrategia de valor objetivo, no existe diferencia significativa en el número promedio de juegos ganados por cada uno de ellos.

También dada la evidencia muestral indica que no existe una diferencia significativa para la casa en el promedio de juegos ganados cuando empieza con cero puntos o con medio punto, independientemente de la estrategia que utilice.

ISSN 2007-9737

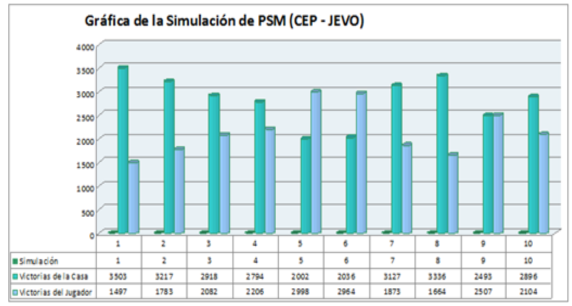
Es interesante notar que el número promedio de juegos ganados por el jugador es mayor en el caso de que tanto la casa como el jugador utilicen la Estrategia de valor objetivo. Existen diferentes variaciones de las reglas del juego en el que inicialmente a cada uno de los jugadores se les reparte dos cartas y no solamente una carta como se describió en la forma de Repartición continua.

3. Simulación Monte Carlo para el juego del dominó

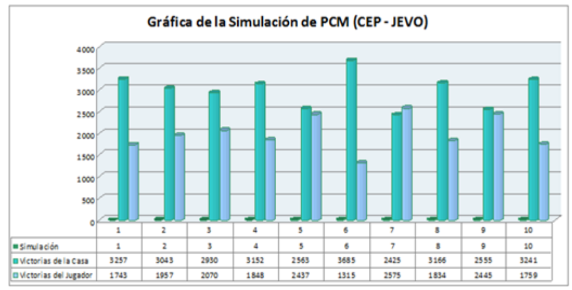
3.1. Estado inicial de las fichas de dominó

La información vertida en esta sección se obtuvo después de recabar información sobre las estrategias del juego de dominó más utilizadas entre la gente que juega este juego. A continuación, se dará una explicación de las estrategias que se pueden aplicar en base a las fichas iniciales que tenga un jugador. En el dominó existen dos tipos de estrategias, unas son para abrir el juego llamadas estrategias de salida y las otras son para el desarrollo del juego o estrategias durante el juego. Para jugar de forma correcta se deben combinar estas. La estrategia que se va a utilizar se decide a partir de las combinaciones de fichas que se tiene al momento del inicio del juego y durante su desarrollo, a continuación, se explicaran las combinaciones de fichas y las estrategias a seguir.

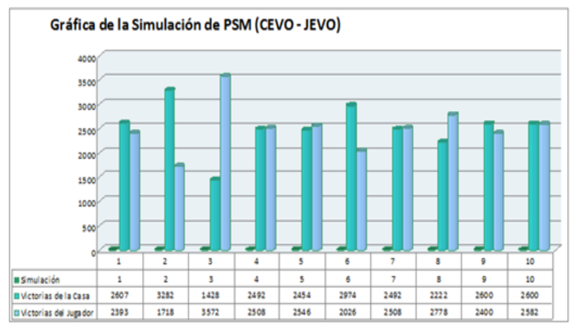
- Pareja: Se le llama pareja cuando se tienen dos fichas con los mismos valores en alguno de sus lados, por ejemplo, uno blanco y uno dos.
- Tercia: Se le llama Tercia cuando se tienen tres fichas con los mismos valores en alguno de sus lados, por ejemplo: uno blanco, uno dos y uno tres.
- Cuarteto: Se le llama cuarteto cuando se tienen cuatro fichas con los mismos valores en alguno de sus lados, por ejemplo: uno blanco, uno dos, uno tres y uno cuatro.
- Quinteto: Se le llama quinteto cuando se tienen cinco fichas con los mismos valores en alguno de sus lados, por ejemplo: uno blanco, uno dos, uno tres, uno cuatro y uno cinco.



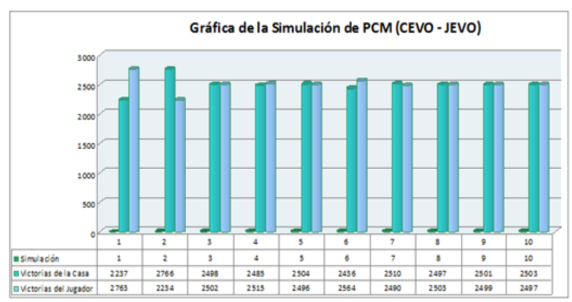
a)



b)



c)



d)

Fig. 5. a) Gráfica de la Simulación de PSM (CEP - JEVO). b) Gráfica de la simulación de PCM (CEP - JEVO). c) Grafica de la simulación de PSM (CEVO - JEVO). d) Gráfica de la simulación de PCM (CEVO - JEVO)

- Sexteto: Se le llama sexteto cuando se tienen seis fichas con los mismos valores en alguno de sus lados, por ejemplo: uno blanco, uno dos, uno tres, uno cuatro, uno cinco y uno seis.
- Siete fichas iguales: es una combinación muy difícil pero no imposible de obtener y se da cuando se tienen las siete fichas con los mismos valores en alguno de sus lados, por ejemplo, mula de unos, uno blanco, uno dos, uno tres, uno cuatro, uno cinco y uno seis.

Ahora que ya se tiene conocimiento acerca de las combinaciones de las fichas, pasaremos a explicar las estrategias más utilizadas en el dominó empezando por las estrategias de salida y posteriormente las aplicadas para el desarrollo del juego.

3.2. Estrategias de salida

3.2.1. Salir con la ficha más acompañada

Esta estrategia de salida se considera el hecho de tener o no mulas y también se considera la configuración inicial de fichas con la que cuenta el usuario. Se revisa también la situación en el que se pueda formar una pareja de fichas y de allí el nombre de fichas más acompañadas (haciendo referencia a tener parejas de fichas de diferente tipo). Para entender mejor esta estrategia pondremos los casos que son de suma importancia para esta estrategia:

- Tercia sin la mula: Supongamos que tenemos las siguientes fichas: cinco uno, cinco dos, cinco seis, la salida se hará por la ficha con mayor valor, en este caso cinco seis.
- Tercia con la mula: En el caso de tener las siguientes fichas: cinco dos, cinco seis y la mula de cinco y otras cuatro fichas diferentes que no formen una Tercia, la salida se hará por la mula de cinco.
- Cuarteto sin la mula: Teniendo las siguientes fichas, cinco uno, cinco dos, cinco tres, cinco seis, tres uno, mula de cuatro, mula de blancos, la salida se hará por la ficha con mayor valor y que permita crear una pareja con otra ficha de las restantes que en este caso es cinco tres con el tres uno, el detalle es que la pareja se forma con el número tres que tienen cada ficha, este mismo patrón se va respetar cada vez que hablemos de una pareja.
- Cuarteto con la mula: Se tienen las siguientes fichas, cinco uno, cinco dos, cinco tres, mula de cinco, mula de seis, tres uno y uno dos, la salida se hará por la mula de cinco.
- Quinteto sin la mula: Pretendamos tener las siguientes fichas, cinco uno, cinco dos, cinco tres, cinco cuatro, cinco seis, tres uno y cuatro seis, la salida se hará por la ficha con mayor valor y que haga una pareja con las fichas restantes, en este caso cinco seis.
- Quinteto con la mula: Contando con las siguientes fichas, cinco uno, cinco dos, cinco tres, cinco cuatro, mula de cinco y otras dos fichas que no incluyan al cinco, La salida se hará por la ficha con el mayor valor y nunca por la mula que en este caso es cinco cuatro.
- Sexteto con o sin la mula: Para el caso en el que tengamos la mula, podríamos tener las siguientes fichas: cinco blancas, cinco uno, cinco dos, cinco tres, cinco cuatro, cinco seis y cuatro tres, se deberá salir con el cinco cuatro ya que hace pareja con la ficha cinco seis y es la mayor en cuanto a puntos. En el caso que tengamos la mula suponiendo las siguientes fichas: cinco blancas, cinco uno, cinco dos, cinco tres, cinco cuatro, mula de cinco y mula de cuatro, no se deberá salir con ninguna de las dos mulas, se deberá salir por la mayor de las restantes, en este caso el cinco cuatro.
- Siete fichas iguales: Si tenemos las siete fichas de seis, cinco, cuatro, o tres, se deberá salir por con la mayor que no sea mula que es seis cinco, seis cinco, cuatro seis y tres seis respectivamente, si las fichas son blancos, uno o dos se deberá salir con la menor que no sea mula que en este caso es uno blanco, uno blanco y dos blancas y así respectivamente.
- Dos Tercias: Supongamos que contamos con las siguientes fichas: uno dos, uno tres, uno cuatro, cuatro seis, mula de cuatro, mula de seis y mula de dos, se deberá salir por la ficha

común a las dos tercias si la hay, en este caso uno cuatro.

– Un Tercia y una pareja: En el caso de tener las siguientes fichas: uno dos, uno tres, uno cuatro, cuatro seis, mula de cinco, blanco seis y mula de blancos, Si hay una ficha en común entre estos se saldrá con esta, en otro caso, si se tiene la mula de la Tercia o del doble, se saldrá con esta, evitando salir con la ficha restante, aunque esta sea una mula.

– Un cuarteto y una pareja: Supongamos la siguiente combinación de fichas: blanco uno, uno dos, uno tres, uno cuatro, cuatro seis, mula de cinco y seis cinco, se saldrá con la ficha común a ambos si es que la hay y que en este caso es el uno cuatro.

– Un Tercia y un cuarteto: Contando que se tiene las siguientes fichas: blanco uno, uno dos, uno tres, uno cuatro, cuatro seis, cuatro cinco y mula de seis, se saldrá por la ficha común a ambos si es que la hay y que en este caso es el uno cuatro.

– Dos cuartetos: Considerando la siguiente combinación de fichas: blanco uno, uno dos, uno tres, uno cuatro, cuatro seis, cuatro cinco y mula de cuatro, se saldrá por la ficha común a ambos que en este caso es el uno cuatro.

3.2.2. Salir con la ficha de mayor valor

Supongamos que tenemos las siguientes mulas: mula de uno, mula de tres y mula de cinco y que tenemos además la ficha cinco seis, en este caso se saldrá con esta última ficha sin importar las otras que tengamos en la mano.

3.2.3. Salir con la mayor mula

Disponiendo de las siguientes mulas: mula de uno, mula de tres y mula de seis, se saldrá con la mula de seis, aunque no tengamos más fichas con este valor.

3.2.4. Salir con la ficha que nos “estorba”

En el caso de tener las siguientes fichas: mula de seis, seis cinco, seis cuatro, seis tres, seis dos seis uno y la mula de blancos, en este caso se saldrá con la mula de blancos, aunque no tengamos más de estas fichas.

Una vez revisadas cada una de las estrategias de salida que se recabaron, ahora mostraremos cuales estrategias se consideraron para llevar a cabo el desarrollo del juego.

3.3. Estrategias para el desarrollo del juego

3.3.1. Estrategia básica

Esta estrategia es la que cualquier jugador novato utilizaría si es que esta juagando por primera vez dominó, y consiste en tirar la primera ficha valida que encaje con el desarrollo del juego, sin importar si es una mula o no.

3.3.2. Tapar la salida

Esta estrategia consiste en tratar de bloquear la puesta de otra ficha del mismo valor, con la que un jugador abrió el juego, ya que se piensa que este cuenta con más fichas de ese valor. Un ejemplo es que el contrario salga con la mula de seis, cuando llegue nuestro turno y si hay un lado con un seis, tirar una ficha de manera que en vez de seis quede otro valor que nos favorezca.

3.3.3. Tapar las mulas

Para esta estrategia, se tiene que tomar en cuenta las fichas colocadas hasta el momento en el juego, observando que mulas no han sido colocadas y cuantas fichas con el mismo número hay sobre la mesa, y es el mismo objetivo que la anterior, tratar de bloquear los posibles tiros donde se puedan colocar alguna de las mulas que no han sido tiradas.

3.3.4. Tirar la mayor mula

Esta estrategia consiste en sacar primero todas las mulas sin importar las demás fichas, si al momento de tirar tenemos dos mulas en nuestra mano y podemos tirar por un lado una y por el otro lado la otra mula, se tirará aquella que tenga mayor valor. Supongamos que tenemos la mula de seis y de cinco y que tenemos la oportunidad de tirar en cada lado un seis o un cinco, tiraremos la mula de seis siguiendo esta estrategia.

3.3.5. Tirar la mula aleatoriamente

Es similar a la anterior con la diferencia que la elección se hará de manera aleatoria para elegir cuál de las mulas posibles tirar.

3.3.6. Máxima ganancia

El objetivo de esta estrategia es tratar de obtener una ganancia máxima, al ser el ganador de una ronda finalizada, se procede tirando las fichas con los valores más bajos posibles (blancos, unos y dos), con los que se cuente en la mano e ir tapando, de ser posible, las posibles tiradas de las mulas con valores grandes (seis, cinco y cuatro), que puedan ser colocadas por los contrarios, para que al término del juego, los contrarios se queden con una gran cantidad de puntos en sus manos.

3.3.7. Mínima pérdida

Esta estrategia, más que ser para ganar es para como lo dice su nombre minimizar la perdida, el número de puntos que será dados al ganador del juego, consiste al contrario de la anterior, en tirar las fichas con los valores más grandes y tratar de ir tapando las tiradas posibles de las mulas con puntos bajos, para que en caso de que se haya perdido el juego, los puntos que sumen las fichas con las que nos quedamos sean lo menos posibles.

3.3.8. Cerrar el juego

Esta estrategia es buena para seguir cuando se cuenta con fichas de valores bajos, consiste en contar el total de fichas que han salido de determinado valor, si han salido cuatro o cinco de estas, ver si se pueden poner ambos extremos del juego al mismo valor procurando así, que todos los jugadores pasen y no puedan hacer otra jugada, cuando el juego se "cierra" ganará el juego aquel que cuente con la menor suma de los puntos de las fichas en su mano.

3.3.9. Tirar la ficha más acompañada

Se aplica la misma estrategia de salida "Salir con la ficha más acompañada". Para este caso vamos a mostrar el Pseudocódigo que considera cada uno de los casos que describieron en la Sección B-1, el cual se muestra en la Figura 6.

```
Algoritmo Salir_con_Ficha_mal_Acompañada
    calcular_Ocurrecias
    Segun ocurrencias Hacer
        Siete_iguales:
            Si valor_Ficha >= 4 Entonces
                obtener_Mayor
            SiNo
                obtener_Menor
            FinSi
        Cuarteto_y_Trio:
        Cuarteto_y_Par:
        dos_Trios:
        dos_Cuartetos:
            buscar_Comun
        Trio_sin_Mula:
        Quinteto:
        Cuarteto_sin_Mula:
            obtener_Mayor
        Sexteto:
            Si restante_es_Mula Entonces
                obtener_Mayor
            SiNo
                buscar_Comun
            FinSi
        Trio_con_Mula:
        Cuarteto_con_Mula:
            buscar_Mula
        Trio_Par:
            Si hay_Comun Entonces
                buscar_Comun
            SiNo
                buscar_Mula
            FinSi

    FinSegun
    colocar_Ficha
FinAlgoritmo
```

Fig. 6. Pseudocódigo de la estrategia Tirar la ficha más acompañada

3.4. Simulación

3.4.1. Objetivos de la simulación

Encontrar si alguna de las estrategias propuestas en este artículo es estadísticamente mejor que las demás para tener la mayor probabilidad de ganar en el juego de dominó.

3.4.2. Planteamiento de la simulación

Para realizar la simulación se tomaron en cuenta los siguientes aspectos: el número de simulaciones, el tiempo que nos tomaría realizar todas estas y las combinaciones entre estrategias de salida y juego. A continuación, se describirán cada uno de estos factores que tomamos en cuenta para realizar las simulaciones.

Tabla 1. Primera Configuración para comprobar el comportamiento de las estrategias de salida

Jugador	Estrategia de Salida	Estrategia durante el juego
Jugador 1	Salir con la ficha más acompañada	Tirar la ficha más acompañada
Jugador 2	Salir con la ficha de mayor valor	Tirar la ficha más acompañada
Jugador 3	Salir con la mayor mula	Tirar la ficha más acompañada
Jugador 4	Salir con la ficha que nos estorba	Tirar la ficha más acompañada

Tabla 2. Juegos ganados y porcentaje para las estrategias de salida de la primera configuración después de 10,000 y 20,000 juegos

Estrategia	#de Juegos ganados después de 10,000 partidas	% de ganados después de 10,000 juegos	#Juegos ganados después de 20,000 partidas	% ganados después de 20,000 partidas
Salir con la ficha más acompañada	2529	25.29	4894	24.47
Salir con la ficha de mayor valor	2500	25	4845	24.24
Salir con la mayor mula	2508	25.08	5223	26.10
Salir con la ficha que nos estorba	2463	24.63	5038	25.19

Tabla 3. Segunda Configuración para comprobar el comportamiento de las estrategias de salida

Jugador	Estrategia de Salida	Estrategia durante el juego
Jugador 1	Salir con la ficha más acompañada	Estrategia básica
Jugador 2	Salir con la ficha de mayor valor	Estrategia básica
Jugador 3	Salir con la mayor mula	Estrategia básica
Jugador 4	Salir con la ficha que nos estorba	Estrategia básica

Tabla 4. Juegos ganados y porcentaje para las estrategias de salida de la segunda configuración después de 10,000 y 20,000 juegos

Estrategia	#de Juegos ganados después de 10,000 partidas	% de ganados después de 10,000 juegos	#Juegos ganados después de 20,000 partidas	% ganados después de 20,000 partidas
Salir con la ficha más acompañada	2499	24.99	4991	24.955
Salir con la ficha de mayor valor	2501	25.01	4945	24.725
Salir con la mayor mula	2508	25.08	5018	25.09
Salir con la ficha que nos estorba	2492	24.92	5046	25.23

Tabla 5. Combinaciones entre las estrategias durante el juego

	Jugador1	Jugador 2	Jugador 2	Jugador 2
1	Más acompañada	Tapar mulas	Básica	Tirar mulas
2	Más acompañada	Tapar mulas	Básica	Máxima ganancia
3	Más acompañada	Tapar mulas	Básica	Mínima pérdida
4	Más acompañada	Tapar mulas	Tirar mulas	Máxima ganancia
5	Más acompañada	Tapar mulas	Tirar mulas	Mínima pérdida
6	Más acompañada	Tapar mulas	Máxima ganancia	Mínima pérdida
7	Más acompañada	Básica	Tirar mulas	Máxima ganancia
8	Más acompañada	Básica	Tirar mulas	Mínima pérdida
9	Más acompañada	Básica	Máxima ganancia	Mínima pérdida
10	Más acompañada	Tirar mulas	Máxima ganancia	Mínima pérdida
11	Tapar mulas	Básica	Tirar mulas	Máxima ganancia
12	Tapar mulas	Básica	Tirar mulas	Mínima pérdida
13	Tapar mulas	Básica	Máxima ganancia	Mínima pérdida
14	Tapar mulas	Tirar mulas	Máxima ganancia	Mínima pérdida
15	Básica	Tirar mulas	Máxima ganancia	Mínima pérdida

3.4.3. Número de simulaciones

Para analizar el comportamiento y dar una interpretación a las estrategias se realizaron simulaciones de 5,000 10,000 20,000 y 40,000 juegos con la misma configuración de estrategias, esta configuración consiste en una estrategia de salida diferente para cada jugador y la misma estrategia de juego para todos los jugadores, se esperaba observar un comportamiento similar en cuestión del porcentaje de juegos ganados por cada tipo de estrategia, es decir, este porcentaje no debería variar mucho en sin importar el número de juegos realizados.

3.4.4. Tiempo total de la ejecución de la simulación

Durante las pruebas del programa que lleva a cabo la simulación se observó que para simular 10,000 juegos se necesitaron 10 minutos en promedio, este aspecto fue importante tenerlo en cuenta ya que en el caso de tener un número grande de combinaciones de las estrategias era posible que el tiempo requerido para realizar todas estas simulaciones fuese extremadamente grande y que por cuestiones prácticas hubiera sido imposible de realizar.

3.4.5. Combinaciones entre estrategias

Se eligieron solo las estrategias que podrían ser las más relevantes para la simulación ya que tenemos cuatro estrategias de salida y nueve estrategias para el desarrollo del juego. Se propuso hacer combinaciones sin repetición para las estrategias durante el juego y en un principio permutaciones con las cuatro estrategias de salida. El número de combinaciones sin repetición posibles para las estrategias durante el juego son:

$$C_{9,4} = \frac{9!}{4!\,(9-4)!} = 126\,.$$

Para las estrategias de salida tenemos solo 4 permutaciones, multiplicando ambos valores obtuvimos un total de 504 combinaciones. A esto hubo que multiplicarlo por los 75,000 juegos planeados para simularse lo cual nos dio la cantidad de 37, 800,000 juegos totales para simular. El problema de tratar de simular tantos juegos es el tiempo que llevaría hacerlo. Como se mencionó anteriormente simular 10,000 juegos toma en promedio 10 minutos, hacer la simulación de la cantidad anterior nos tomaría aproximadamente 37,800 minutos, es decir, poco más de 26 días de procesamiento ininterrumpido lo cual por razones prácticas habría sido imposible realizar.

Para reducir el total de juegos a simular se analizaron de nueva cuenta las estrategias y al notar que no había diferencia entre las estrategias “Tirar la mayor mula” y “Tirar la mula aleatoriamente” y se tomó la decisión de combinar estas en otra estrategia llamada “Tirar las mulas”. También se descartaron las estrategias de “Cerrar el juego” y “Tapar la salida” al encontrar errores en la lógica y el código implementado para llevarlas a cabo.

Durante el análisis de las estrategias de salida se realizaron simulaciones para observar el comportamiento de estas, se asignó una de las cuatro a cada jugador con la misma estrategia durante el juego. Quedando la configuración de estrategias como se muestra en la Tabla 1.

Se simularon 10,000 y 20,000 juegos de forma separada, en la Tabla 2 se muestra la cantidad de juegos ganados por cada estrategia para cada simulación.

En base a los resultados de la Tabla 2 se pudo observar que no había diferencia significativa entre los juegos ganados para diferente número de simulaciones. Para verificar si este comportamiento se mantenía se hizo la otra configuración con otra estrategia durante el juego y así poder confirmar o refutar lo observado en la Tabla 2. Esta nueva configuración se muestra en la Tabla 3. Se volvieron a simular 10,000 y 20,000 juegos de forma separada y los resultados se muestran en la Tabla 4.

Se pudo observar en base a los resultados obtenidos de la Tabla 4 que el comportamiento se mantiene aun cambiando las estrategias durante el juego, por lo cual se concluyó que las estrategias de salida no tienen un impacto en quien gana el juego y por lo tanto es igual que estrategia de salida se utilice, lo que va a decidir qué jugador tiene más posibilidades de ganar es la estrategia durante el juego.

Por todo lo anterior se pudo reducir significativamente la cantidad de combinaciones entre estrategias de salida y durante el juego a solo 15, en la Tabla 5 se muestran estas combinaciones que serán las que tomaremos en cuenta para mostrar los resultados finales de artículo.

Tabla 6. Numero de juegos ganados después de 5000, 10000, 20000 y 40000 juegos para la primera simulación monte carlo

Juegos	Más acompañada	Tapar mulas	Básica	Tirar mulas
5,000	1569	1243	895	1293
10,000	3072	2614	1891	2423
20,000	6331	5043	3630	4993
40,000	12386	10528	7425	9661
Total	**23358**	**19428**	**13841**	**18373**

Tabla 7. Numero de juegos ganados después de 5000, 10000, 20000 y 40000 juegos para la segunda simulación Monte Carlo

Juegos	Más acompañada	Tapar mulas	Básica	Tirar mulas
5,000	1530	1320	1137	1013
10,000	3437	2693	1939	1931
20,000	6567	5396	3944	4093
40,000	13398	10742	7996	7864
Total	**23358**	**20151**	**15016**	**14901**

4. Experimentos y resultados

Para cada combinación los resultados se expresaron las respetivas gráficas correspondientes a 5000, 10000, 20000 y 40000 simulaciones mostrando los porcentajes redondeados de juegos ganados para cada estrategia, además en las tablas correspondientes a cada una se desglosaron los resultados, poniendo en ella el número exacto de juegos ganados para cada número de simulaciones y al final una suma con el total de juegos ganados de los 75,000 simulados para cada combinación se da una estrategia ganadora que es aquella que obtuvo una mayor cantidad de juegos ganados en total. Mostraremos los resultados de cada una de las combinaciones, las cuales las llamaremos como nuestras simulaciones Monte Carlo, analizando en cada una de ellas cual es la estrategia que fue la ganadora.

Finalmente mostraremos una Tabla final con todas y cada una de las pruebas realizadas la cual nos permitirá establecer las conclusiones de este trabajo de investigación en el área de

Tabla 8. Numero de juegos ganados después de 5000, 10000, 20000 y 40000 juegos para la tercera simulación Monte Carlo

Juegos	Más acompañada	Tapar mulas	Básica	Tirar mulas
5,000	1581	1510	1014	895
10,000	3319	1981	1939	1805
20,000	7104	3828	3944	3409
40,000	13361	8108	7996	6848
Total	**25365**	**14931**	**15016**	**12957**

Tabla 9. Numero de juegos ganados después de 5000, 10000, 20000 y 40000 juegos para la onceava simulación Monte Carlo

Juegos	Tapar mulas	Básica	Tirar mulas	Máxima ganancia
5,000	1529	985	1644	842
10,000	3112	1996	3207	1685
20,000	6151	3997	6410	3442
40,000	12266	7835	13018	6881
Total	**23058**	**14813**	**24279**	**12850**

Tabla 10. Numero de juegos ganados después de 5000, 10000, 20000 y 40000 juegos para la treceava simulación Monte Carlo

Juegos	Tapar mulas	Básica	Máxima ganancia	Mínima perdida
5,000	1763	1064	917	1256
10,000	3359	2132	1816	2683
20,000	6749	4429	3560	5262
40,000	13649	8562	7399	10390
Total	**25520**	**16187**	**13692**	**19601**

Simulaciones Monte Carlo. Comencemos por analizar los resultados de la Combinación 1, cuyos resultados se muestran en la gráfica de la Figura 7 y la Tabla 6.

En base a los resultados presentados en las gráficas de la Figura 7 y la Tabla 6, podemos ver que la estrategia de juego ganadora es Mas acompañada, obteniendo un 31.15% de probabilidades de triunfo con respecto a las demás estrategias.

Continuamos analizando ahora los resultados de la segunda simulación Monte Carlo, cuyos resultados se muestran en la gráfica de la Figura 8 y la Tabla 7. Para esta prueba en base a los resultados presentados en las gráficas de la Figura 8 y la Tabla 7, podemos ver que la estrategia de juego ganadora es nuevamente Mas acompañada, obteniendo un 33.25% de probabilidades de triunfo con respecto a las demás estrategias utilizadas para esta segunda combinación. Es turno de analizar los resultados de la tercer simulación Monte Carlo, cuyos resultados se muestran en la gráfica de la Figura 9 y la Tabla 8 respectivamente.

Podemos observar que pasa esta combinación en base a los resultados presentados en las gráficas de la Figura 9 y la Tabla 8, podemos ver que la estrategia de juego ganadora es nuevamente Mas acompañada, obteniendo un 33.82% de probabilidades de triunfo con respecto a las demás estrategias utilizadas para esta segunda combinación. Cabe señalar que este comportamiento de presento en las combinaciones 3,4,5,6,7,8,9 y 10, por lo cual decidimos no poner dichos resultados de forma individual.

Lo que si mostraremos a continuación son los resultados obtenidos en la onceava simulación Monte Carlo, cuyos resultados se muestran en las gráficas de la Figura 10 y Tabla 9.

Para esta prueba en base a los resultados presentados en las gráficas de la Figura 10 y la Tabla 9, podemos ver que la estrategia de juego ganadora es Tirar mulas, obteniendo un 30.74% de probabilidades de triunfo con respecto a las demás estrategias utilizadas para esta segunda combinación.

A partir de esta simulación Monte Carlo hasta la catorceava, el comportamiento es similar, esto es, la estrategia ganadora siempre fue “Tirar mulas”, por lo que omitiremos los resultados de las Simulaciones 12,14 y 15.

Finalmente mostraremos los resultados de la treceava simulación Monte Carlo, ya que presento un comportamiento diferente con respecto a todos los anteriores resultados, los resultados se pueden observar en las gráficas de la Figura 11 y la Tabla 10.

En base a los resultados presentados en las gráficas de la Figura 11 y la Tabla 10, podemos ver que la estrategia de juego ganadora es Tapar mulas, obteniendo un 34.02% de probabilidades de triunfo con respecto a las demás estrategias utilizadas para esta segunda combinación.

ISSN 2007-9737

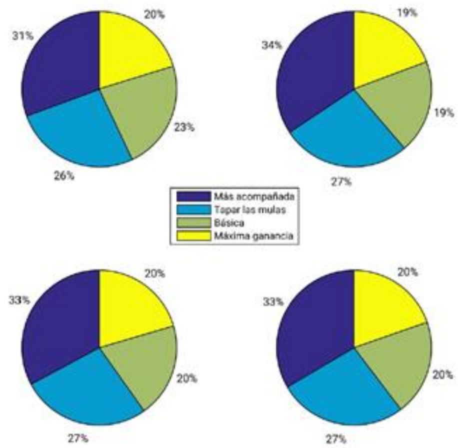


Fig. 7. Porcentaje de juegos ganados para la primera simulación Monte Carlo, después de 5000, 10000, 20000 y 40000 (de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo respectivamente) simulaciones

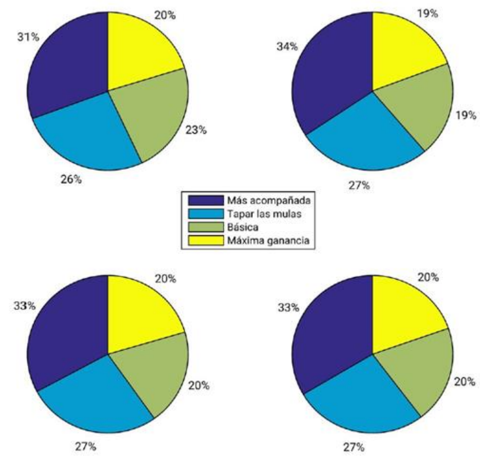


Fig. 8. Porcentaje de juegos ganados para la segunda simulación Monte Carlo, después de 5000, 10000, 20000 y 40000 (de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo respectivamente) simulaciones

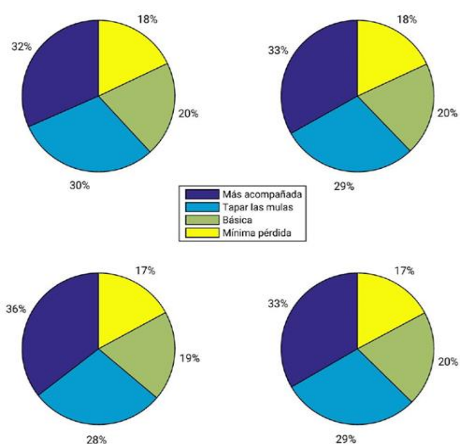


Fig. 9. Porcentaje de juegos ganados para la tercera simulación Monte Carlo, después de 5000, 10000, 20000 y 40000 (de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo respectivamente) simulaciones

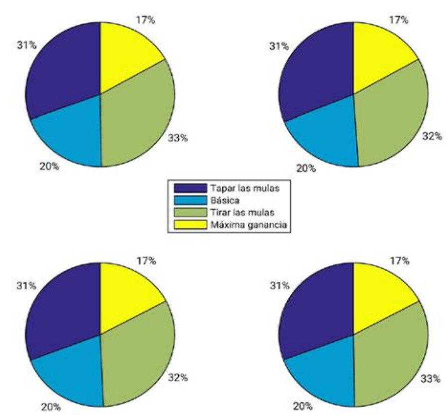


Fig. 10. Porcentaje de juegos ganados para la onceava simulación Monte Carlo, después de 5000, 10000, 20000 y 40000 (de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo respectivamente) simulaciones

De todos los resultados que se mostraron en las Figuras de la 7 a 11 y las Tablas de 6 a 10, diez veces gano la estrategia *Tirar la fichas más acompañada*, cuatro veces gano la estrategia *Tirar las mulas* y una vez gano la estrategia *Tapar las mulas*.

En base a lo anterior la estrategia *Tirar la ficha más acompañada* obtuvo un 66.7% de probabilidad de ser la estrategia en ser la victoriosa en todo el espacio de simulaciones Monte Carlo presentadas en este trabajo de investigación.

Sin embargo, mostraremos un último resultado en el cual se vierten el número de victorias totales de cada estrategia en todas las partidas en las que participo en base a las simulación Monte Carlo de

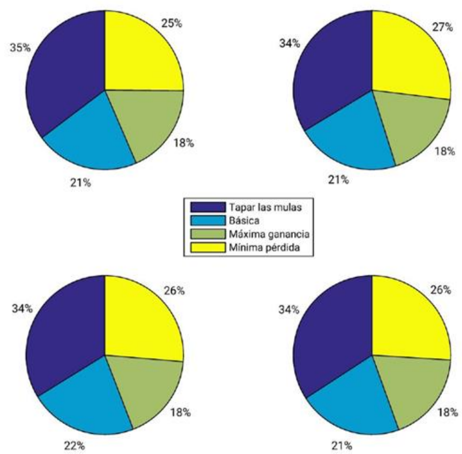


Fig. 11. Porcentaje de juegos ganados para la treceava simulación Monte Carlo, después de 5000, 10000, 20000 y 40000 (de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo respectivamente) simulaciones

Tabla 11. Número de juegos ganados y porcentaje de triunfo por cada estrategia durante toda la simulación Monte Carlo

Estrategia	Juegos ganados	Juegos en los que participo	% de juegos ganados
Más acompañada	250,824	750,000	33.44
Tapar mulas	215,195	750,000	28.69
Tirar mulas	211,502	750,000	28.20
Básica	167,036	750,000	22.27
Mínima perdida	153,105	750,000	20.41
Máxima ganancia	127,338	750,000	16.97
Total de juegos	1,125,00		

la Tabla 5, las cuales se pueden observar en la Tabla 11.

En base a los resultados de la Tabla 11, podemos observar que de este análisis cuantitativo la mejor estrategia fue *Tira la ficha más acompañada.*

Solo resta por mencionar cuales fueron nuestras conclusiones y el trabajo futuro obtenido de este trabajo de investigación, lo cual será discutido en la siguiente Sección.

5. Conclusión

En base al análisis estadístico de las tablas de la sección anterior la mejor estrategia para jugar dominó es la estrategia llamada “Tirar la ficha más acompañada” la cual consiste en tirar la ficha de la cual tengamos más parejas en nuestra “mano” o juego de dominó. Siguiendo esta estrategia se tienen más probabilidades de ganar porque en la mayoría de las ocasiones se asegura tener fichas con valores que podrán ser tiradas en los turnos futuros. Esta estrategia se comporta como una estrategia predictiva ya que asegura tener posibilidad de seguir participando en el desarrollo del juego, no solo en el turno en cuestión si no uno o más turnos en base a las fichas que podamos tener en la mano de juego que no has haya tocado.

La estrategia que planteamos en este trabajo es la base de otra estrategia que no contemplamos en este trabajo la cual es denominada “*Contar fichas*”, término coloquial del juego de dominó, Esta estrategia consiste en llevar un conteo de las fichas que están sobre la mesa junto con las fichas que se tienen en la mano, a razón de formar un juego con el mayor número de fichas similares. Suponemos que la implementación de esta estrategia en un trabajo futuro podría equiparar los resultados que obtiene la estrategia *Tirar la ficha más acompañada*, y así obtener un mayor conocimiento sobre el comportamiento de este juego.

En base a un proyecto realizado anteriormente basado en la implementación del juego del Siete y medio, otro de los trabajos a futuro es implementar una estrategia basada en el cálculo de probabilidades, es decir, una estrategia que calcule las probabilidades de ganar, o perder, antes de tirar alguna ficha, la cual se podría basar en la estrategia de *Contar fichas* que describimos anteriormente. Finalmente, podemos darnos cuenta del amplio uso que se le puede dar a esta técnica estadística llamada simulación Monte Carlo, la cual nos permite tener una aproximación a eventos estocásticos los cuales no se podría obtener un resultado de manera analítica por la variabilidad de todos los posibles escenarios presentes.

Para este ejemplo en particular que presentamos en este artículo, podemos darnos una idea del posible comportamiento de este juego a lo largo de un número considerable de eventos estocásticos que realizamos, ya que pudimos ver que realizamos 1,125,000 las cuales pensar llevarlas a cabo de forma real llevarían demasiado tiempo y posiblemente jamás podríamos tener un análisis como el que se muestra en este artículo.

Agradecimientos

Queremos extender un especial agradecimiento al Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Autónoma Metropolitana – Unidad Iztapalapa por el apoyo brindado para el desarrollo de este artículo.

References

1. **Frame, S.J. (2008).** Simulation and Monte Carlo: With Applications in Finance and MCMC. *Journal of the American Statistical Association, Taylor & Francis,* Vol. 103, No. 482, pp. 890–891. DOI: 10.1198/jasa.2008.s241.
2. **Klenke, A. (2013).** *Probability Theory: A Comprehensive Course*. Springer, pp. 347.
3. **Kroese, D.P., Brereton, T., Taimre, T., & Botev, Z.I. (2014).** Why the Monte Carlo method is so important today. *WIREs Comput Stat.,* Vol. 6, No. 6, pp. 386–392. DOI:10.1002/wics.1314.
4. **Carlisle, R.P. (2009).** *Encyclopedia of Play.* SAGE. pp. 181.
5. **Kelley, J.A. & Lugo, M. (2003).** *The Little Giant Book of Dominoes*. Sterling.
6. **Eckhardt, R. (1987).** Stan Ulam, John von Neumann, and the Monte Carlo Method. *Los Alamos Science, Special Issue dedicated to Stanislaw Ulam*, No. 15, pp. 131–136.
7. **Anderson, H.L. (1986).** Metropolis, Monte Carlo and the MANIAC (PDF). *Los Alamos Scienc.,* Vol. 14, pp. 96–108.
8. **MEPSYD (2002).** *La baraja española.* Consejería de Educación y Ciencia en Australia y Nueva Zelanda Asesoría Técnica de Canberra.
9. **Lagares, P., Perea, F., & Puerto, J. (2001).** *Un juego de cartas: Las siete y media.* Management Mathe-matics for European Schools.
10. **Moreno-Montiel, B., Goddard, C.J., & de los Cobos-Silva, S. (2008),** Simulación Monte Carlo para el juego Siete y Medio. *Revista Contactos*, Vol. 70, pp. 13–22.

Article received on 15/08/2019; accepted on 24/08/2020.
Corresponding author is Benjamin Moreno-Montiel.