

RESUMEN DE TESIS DOCTORAL

Aplicación de los Algoritmos Genéticos a la Solución del Problema de Decisión Multicriterio Individual y en Grupo

Juan Carlos Leyva López

Fac. de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Sinaloa

E-mail: jleyva@uas.uasnet.mx

Asesor: Eduardo Fernández González

Fac. de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Sinaloa

E-mail: eddyf@uas.uasnet.mx

1 Introducción

La teoría clásica de la decisión multicriterio descansa sobre el axioma de la comparabilidad total. Las relaciones binarias de preferencia estricta e indiferencia tienen la propiedad de transitividad y las parejas de alternativas son comparables bajo una de esas dos relaciones. Este axioma implica la existencia de una función de valor; es un modelo que exige condiciones ideales al comportamiento del "Decision Maker" (DM), difíciles de cumplir en la práctica, pero que una vez construido y analizada su consistencia, resulta fácil de explotar y no se pueden hacer objeciones a la racionalidad de su recomendación. Sin embargo, existen otros problemas para los cuales el análisis de la decisión no se ajusta a una función de valor. Una opción posible de modelación de preferencias se basa en las relaciones de "outranking" (Roy, 1990), trabajando con una relación de preferencia débil cuestionable y renunciando a la transitividad y comparabilidad como propiedades apriorísticas. Nos interesan situaciones en que la modelación de preferencias está basada en una relación de preferencia borrosa; la relación de outranking se establece con un cierto grado de credibilidad; el modelo es más fácil de construir, necesita menos información e impone requisitos mucho más laxos al actor del proceso de decisión, pero su recomendación es más cuestionable. Nosotros pensamos que en la explotación de la relación de preferencia borrosa está su debilidad fundamental como opción a la teoría normativa, por lo que proponemos, como primera aportación, un nuevo método de "ranking" basado en una técnica robusta de búsqueda. Más complicada es aún la toma de decisiones en grupo, cuando las preferencias contradictorias de diferentes DM deben de alguna manera ser incluidas en un modelo global que permita llegar a conclusiones aceptadas como válidas por el consenso del grupo. Para la construcción de esta representación nos

propusimos utilizar un enfoque flexible de modelación de preferencias basado en relaciones de outranking borrosas, aplicando algoritmos genéticos para explotar el modelo de integración de preferencias de grupo obtenido, y obtener como resultado una recomendación para ordenar el conjunto de alternativas en el sentido de preferencia decreciente.

2 Proyecto de Investigación

Sin duda alguna, para el avance de la ciencia ha sido importante experimentar y enriquecer una teoría, con ideas, conceptos y procedimientos de otras teorías y metodologías que permiten generar nuevos métodos híbridos, para que a la vez son más robustos. Esto lo experimentó la escuela europea de análisis multicriterio al introducir en algunos de sus métodos ideas y conceptos de la teoría de conjuntos borrosos. En este trabajo se experimenta una nueva relación entre la metodología de la escuela europea de análisis multicriterio y los algoritmos genéticos. En los últimos años los algoritmos genéticos han tenido logros y avances significativos en diversas disciplinas del conocimiento humano y día a día se fortalecen como una de las técnicas de optimización más robustas que ayudan a resolver problemas difíciles.

2.1 Planteamiento del problema

Sea A un conjunto finito de alternativas o acciones potenciales consideradas por un grupo y evaluadas con múltiples criterios. El grupo está compuesto por un conjunto $M = \{1, 2, \dots, N\}$ de miembros, cuyo trabajo está de alguna manera controlado por un "Supra Decision Maker". Sea $\sigma_i : A \times A \Rightarrow [0, 1]$ una relación binaria fuzzy la cual integra las preferencias del i -ésimo miembro sobre los múltiples criterios que describen los elementos de A . El problema es:

- i) Para cada uno de los individuos y según su apreciación de las alternativas obtener un ranking completo O_i derivado de explotar la relación σ_i en orden de preferencia decreciente.
- ii) En base a las N parejas (σ_i, O_i) establecer un modelo de integración y balance de preferencias del grupo que permita determinar un ranking completo O que refleje el mejor compromiso del grupo de acuerdo a las preferencias del "Supra Decision Maker".

2.2 Objetivo General

Crear un nuevo método de solución que integre técnicas robustas de búsqueda y métodos flexibles de modelación de preferencias, en un procedimiento único que aporte a la solución del problema del ranking individual y en grupo de un conjunto de alternativas caracterizadas por múltiples atributos.

2.3 Hipótesis

El empleo de los algoritmos genéticos para explotar una relación binaria borrosa junto con el enfoque de integración de preferencias basado en el principio de concordancia – discordancia permiten obtener un método para derivar un ranking consistente en problemas de decisión multicriterio y en grupo.

2.4 Objetivos específicos

1. Desarrollar un algoritmo genético para obtener un ranking final a partir de una relación binaria borrosa
2. Crear un método de solución para problemas de decisión multicriterio y en grupo con mejores propiedades que otros enfoques reportados.

3 Proposiciones que caracterizan al problema planteado

La toma de decisiones en grupo cubre un amplio rango de situaciones. Nuestro interés se reduce a modelar una situación de toma de decisiones en grupo con las siguientes características:

Cada miembro del grupo tiene diferentes sistemas de valores. Todo miembro del grupo participa en el proceso de toma de decisión y es parcialmente responsable de la decisión final. Cada miembro del grupo considera al mismo conjunto de alternativas. La frontera del conjunto de alternativas por lo general es borrosa. Las alternativas son valoradas por múltiples criterios, algunos de ellos en conflicto entre sí. El grupo tiene más recursos que cada uno de sus miembros y el potencial para realizar una efectiva toma de decisiones es mayor. Aún cuando los miembros del grupo son personas físicas, todas sus preferencias rara vez están bien establecidas. En este problema, la persona que toma la decisión realmente no existe como tal. Existe una instancia con autoridad para asignar reglas de consenso e información preferencial a los miembros del grupo. Llamamos "Supra Decisión Maker" (SDM) a esta persona imaginaria que integrará en forma altruista las preferencias

de los miembros del grupo. Suponemos que el SDM siempre puede crear una prescripción de un conjunto de alternativas y que siempre creará la misma prescripción bajo las mismas condiciones. La prescripción consiste en un ranking completo de grupo del conjunto de alternativas derivado de cada uno de los ranking individuales asociados a cada miembro del grupo.

4 Enfoque General utilizado para integrar las preferencias del grupo

El enfoque aquí utilizado consiste en que cada DM exprese sus propias preferencias, las integre de manera individual, integrando después las preferencias de todos los DM. Este enfoque tiene la ventaja de tomar en cuenta las preferencias de todos los actores (Macharis et al, 1998).

5 El Nuevo Método de Solución (Modelo de preferencias del SDM)

Primeramente proponemos una forma de resolver los posibles conflictos que, desde el punto de vista del juicio del SDM, se pueden presentar entre una relación de preferencias borrosa y el ranking derivado de ella para cada individuo. Después definimos una relación de preferencias borrosa para el SDM.

5.1 Tratamiento de los conflictos: La matriz de preferencias

Sea σ_i una relación binaria valuada que integra las preferencias del i -ésimo miembro del grupo sobre la base de las valoraciones que hacen múltiples criterios sobre los elementos de A . Sea O_i un ranking completo de A construido con un procedimiento que utiliza a σ_i . La idea básica es considerar a cada miembro k del grupo como un criterio de un nuevo problema multicriterio, en este caso problema de grupo. La comparación de las alternativas por los nuevos criterios considera la información proveniente de dos elementos significativos: a) Los valores $\sigma_k(a, a')$ y $\sigma_k(a', a)$, y b) La posición relativa de los proyectos a y a' en O_k . Para modelar las preferencias del SDM, introducimos dos parámetros λ y β que nos sirven como umbrales. Suponemos que existe λ ($0 < \lambda < 1$) tal que si $\sigma_k(a, a') \geq \lambda$ el SDM está conforme con la aseveración "En ausencia de otra información, esta es una razón suficiente para pensar que a es al menos tan buena como a' desde el punto de vista del miembro k ". Suponemos que existe otro umbral β tal que si $\sigma_k(a, a') \leq \lambda - \beta$, el SDM está conforme con la aseveración "En ausencia de otra información, la acción a no es tan buena como a' desde el punto de vista del miembro k ". En el intervalo $(\lambda - \beta \leq \sigma_k \leq \lambda)$, el SDM tiene dudas acerca del outranking. Analizando la dimensión de σ_k distinguimos 9 diferentes zonas:

- I. $\sigma_k(a, a') \geq \lambda, \sigma_k(a', a) \geq \lambda$
- II. $\sigma_k(a, a') \geq \lambda, \lambda - \beta < \sigma_k(a', a) < \lambda$

- III. $\sigma_k(a,a') \geq \lambda, \sigma_k(a',a) \leq \lambda - \beta$
- IV. $\sigma_k(a',a) \geq \lambda, \lambda - \beta < \sigma_k(a,a') < \lambda$
- V. $\lambda - \beta < \sigma_k(a,a') < \lambda, \lambda - \beta < \sigma_k(a',a) < \lambda$
- VI. $\sigma_k(a',a) \leq \lambda - \beta, \lambda - \beta < \sigma_k(a,a') < \lambda$
- VII. $\sigma_k(a',a) \geq \lambda, \sigma_k(a,a') \leq \lambda - \beta$
- VIII. $\sigma_k(a,a') \leq \lambda - \beta, \lambda - \beta < \sigma_k(a',a) < \lambda$
- IX. $\sigma_k(a',a) \leq \lambda - \beta, \sigma_k(a,a') \leq \lambda - \beta$

Sea $u_k: A \rightarrow N$ una función definida como $u_k(a_i) = \text{card}(B) + 1$

donde $B = \{ a_j \in A : a_j \text{ está rankeado peor que } a_i \text{ en } O_k \}$. En (b), el SDM considera por default las siguientes 5 diferentes situaciones:

- $u_k(a) \gg u_k(a')$: Esta representa el caso en la cual la acción a está rankeada en las primeras posiciones mientras que a' es una de las acciones peores rankeadas

(esta clasificación es definida por el SDM el cual puede tomar en cuenta la opinión del miembro k).

$u_k(a) > u_k(a')$: Esta representa el caso en el cual la acción a está rankeada mejor que a', pero la situación anterior no se cumple.

$u_k(a) = u_k(a')$: Las acciones a y a' están rankeadas en la misma posición o su diferencia es despreciable.

$u_k(a') > u_k(a)$.

$u_k(a') \gg u_k(a)$.

Utilizando las relaciones binarias Preferencia estricta (P), Preferencia Débil (Q), Indiferencia (I), e Incomparabilidad (R) definidas por Roy (Roy, 1996) el SDM expresa sus preferencias en la siguiente matriz:

Matriz de preferencias

Zona	$u(a) \gg u(a')$	$u(a) > u(a')$	$u(a) = u(a')$	$u(a') > u(a)$	$u(a') \gg u(a)$
I	aPa'	aQa'	ala'	a'Qa	a'Pa
II	aPa'	aPa'	aQa'	ala'	a'Pa
III	aPa'	aPa'	aQa'	ala'	a'Qa
IV	aPa'	ala'	a'Qa	a'Pa	a'Pa
V	aPa'	aQa'	ala'	a'Qa	a'Pa
VI	aPa'	aPa'	aQa'	ala'	a'Pa
VII	aQa'	ala'	a'Qa	a'Pa	a'Pa
VIII	aPa'	ala'	a'Qa	a'Pa	a'Pa
IX	aPa'	aQa'	ala'	a'Qa	a'Pa

5.2 Una relación de outranking borrosa que integra las preferencias del SDM

Definimos una relación binaria valuada de una manera similar a como la construye ELECTRE III (Roy, 1990).

Definiciones preliminares.- Decimos que la acción a sobreclasifica (outranks) a la acción a' desde el punto de vista del actor k (restringida a la relación de outranking $aS_k a'$) si y sólo si $aP_k a', aQ_k a',$ o $al_k a'$, de acuerdo al correspondiente elemento de la matriz de preferencias. Un actor k está en concordancia con la aseveración $aS_{G_a'}$, (donde S_G significa el outranking de grupo), si y sólo si $aS_k a'$. $C(aS_{G_a'})$ denota a la coalición de concordancia, el conjunto de actores que están en concordancia con $aS_{G_a'}$. Un actor k está en discordancia con la aseveración $aS_{G_a'}$ si y sólo si $a'P_k a$. $D(aS_{G_a'})$ denota a la coalición de discordancia representando al conjunto de actores que están en discordancia con $aS_{G_a'}$. Un actor k pertenece a la coalición de veto V ($aS_{G_a'}$) si y sólo si se cumplen las siguientes dos condiciones: (i) $u_k(a') \gg u_k(a)$, (ii) $\sigma_k(a',a) - \sigma_k(a,a') \geq \beta$. Un actor k pertenece a la coalición de incomparabilidad $C(aR_{G_a'})$ si $aR_k a'$.

El índice de concordancia.- El papel de los diferentes actores (criterios) no necesariamente es el mismo desde el punto de vista del SDM. La importancia del j-esimo criterio es tomado en cuenta por medio de dos factores

independientes: su coeficiente de importancia $w_j > 0$, y su capacidad de veto.

$$C(a,a') = \frac{1}{W} \sum_{j \in C(aS_{G_a'})} w_j \quad (1)$$

donde $W = \sum_{j \in M'} w_j$, $M' = \{k \in M : aS_k a' \text{ o } a'S_k a\}$

El poder de la coalición de veto.- El determinar una condición de veto se da por el número y/o la importancia de los actores que pertenecen a $V(aS_{G_a'})$. Sea v_j el número de votos que el SDM asigna al j-esimo miembro del grupo. Supongamos que i denota un miembro común y no relevante del grupo; entonces, sin pérdida de generalidad, v_i es igual a 1. Sea N_v el número de votos que el SDM considera necesarios para que ponga en entredicho la validez de la aseveración $aS_{G_a'}$. El índice de discordancia es definido como:

$$d(a,a') = \begin{cases} \left(\frac{\sum v_j}{V(aSGa')} \right) / N_v & \text{si } \sum v_j \leq N_v \\ 1 & \text{de otro modo} \end{cases} \quad (2)$$

La coalición de incomparabilidad .- La decisión se considera como válida solamente si una parte importante

del grupo vota de manera efectiva. Proponemos el índice de comparabilidad de la siguiente manera:

$$r(a,a') = \begin{cases} \left(\frac{\sum_{M'} w_j - \sum_{C(aRga')} w_j}{\sum_{M'} w_j} \right) & \text{si } \sum_{M'} w_j \geq \sum_{C(aRga')} w_j \\ 0 & \text{si } \sum_{M'} w_j < \sum_{C(aRga')} w_j \end{cases} \quad (3)$$

La relación fuzzy ELECTRE-GD

Los índices precedentes nos permiten definir una relación de outranking borrosa para decisión en grupo de la siguiente manera:

$\sigma_G : AXA \rightarrow [0,1]$
 $\sigma_G(a,a') = C(a,a') \cdot (1-d(a,a')) \cdot r(a,a') \quad (4)$

donde $C(a,a')$, $d(a,a')$, $r(a,a')$ están dadas por (1), (2) y (3).

σ_G debe interpretarse como un valor de credibilidad para el grupo de la aseveración “a es al menos tan buena como a” en el sentido de las preferencias del SDM.

6 El Algoritmo Genético

El algoritmo desarrollado nos permite explotar una relación de outranking borrosa con el propósito de construir una prescripción para el problema del ranking de un conjunto de alternativas o acciones potenciales. Una solución potencial para este problema es un ranking de las acciones potenciales en orden de preferencias decreciente. Estas acciones (genes) se unen para formar una cadena de valores (cromosoma). El cromosoma se representará como una cadena cuyos símbolos pertenecen a un alfabeto n-ario, donde n es el número de acciones en el problema de

decisión. Una acción codificada con el valor a_{k_i} en la i-esima entrada de la cadena significa que la acción codificada con el valor a_{k_i} está “rankeada” en la i-esima posición del ordenamiento y, además, decimos que a_{k_i} es preferida a a_{k_j} si $i < j$, donde $a_{k_i} \in A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $i=1, 2, \dots, n$, y $[k_1, k_2, \dots, k_n]$ es una permutación de $[1, 2, \dots, n]$. Cada individuo está asociado con un número λ ($0 \leq \lambda \leq 1$) que está directamente relacionado con el nivel de credibilidad de una relación de outranking firme (crisp) definida sobre el conjunto de acciones potenciales. La medida de adaptabilidad de un individuo se divide en dos, una llamada función de adaptabilidad y la otra la función de inadaptabilidad. La función de adaptabilidad f de un individuo p con nivel de credibilidad λ se define de la siguiente manera: Sea $p = a_{k_1} a_{k_2} \dots a_{k_n}$ la representación esquemática del cromosoma de un individuo y supongamos que a_{k_i} y a_{k_j} son dos acciones tal que $\sigma(a_{k_i}, a_{k_j}) \geq \lambda$ y $\sigma(a_{k_j}, a_{k_i}) \leq \lambda - \beta$ ($\beta > 0$, representando un nivel de umbral), entonces estamos de acuerdo que “ a_{k_i} outranks a_{k_j} ” ($a_{k_i} S^\lambda$

a_{kj} y " a_{kj} no outrank a_{ki} " ($a_{kj} nS^\lambda a_{ki}$). En este caso en la relación de outranking crisp generada por λ , S_A^λ , se asume una preferencia a favor de a_{ki} . Entonces:

$$f(p) = |\{ (a_{ki}, a_{kj}) : a_{ki} nS^\lambda a_{kj} \text{ y } a_{kj} nS^\lambda a_{ki} \text{ } i=1,2,\dots,n-1, j=2,3,\dots,n, i < j \}|$$

donde $[k_1, k_2, \dots, k_n]$ es una permutación de $[1, 2, \dots, n]$.

$f(p)$ es el número de incomparabilidades entre las parejas de acciones (a_{ki}, a_{kj}) en el individuo $p = a_{k_1} a_{k_2} \dots a_{k_n}$ en el

sentido de la relación crisp S_A^λ .

La inadaptabilidad u de un individuo p mide la cantidad de infactibilidad (en términos relativos) y se define de la siguiente manera:

$$u(p) = |\{ (a_{ki}, a_{kj}) : a_{ki} S^\lambda a_{kj} \text{ y } a_{kj} nS^\lambda a_{ki}; i=1,2,\dots,n, j=1,2,\dots,n, i > j \}|$$

$u(p)$ es el número de preferencias entre las acciones de un individuo P que no están "bien ordenadas" en el sentido de S_A^λ .

Un individuo P es factible si $u(p) = 0$ e infactible si $u(p) > 0$. Es claro y parece natural definir que la función de inadaptabilidad toma un valor mínimo de cero si y sólo si la solución es factible. Cada uno de los individuos P pueden representarse por una triada de valores f, u y λ .

7 Ejemplos y aplicaciones del método

Para la prueba del algoritmo genético como método de obtener un ranking se generaron ejemplos hipotéticos (relaciones binarias borrosas) y los resultados se compararon con los obtenidos por otros métodos creados para el mismo propósito; se encontraron elementos de decisión que permiten argumentar la superioridad de nuestro método (Leyva y Fernández, 1999). El método para obtener el ranking de grupo se comparó contra PROMETHEE con una aplicación presentada en (Macharis et al., 1998); los resultados favorecen claramente a nuestra propuesta de solución.

8 Conclusiones y recomendaciones

De acuerdo a las pruebas y comparaciones empíricas realizadas con otros métodos, el trabajo aquí desarrollado sustenta una nueva herramienta confiable de análisis de decisión multicriterio basada en algoritmos genéticos, que ayuda a un grupo de decisores a alcanzar un consenso. Entre las líneas de investigación y desarrollo naturales para trabajo futuro se encuentran las siguientes:

- i) Búsqueda de propiedades del algoritmo genético como método de ranking,
- ii) Análisis, diseño y desarrollo de un GDSS cuyo núcleo sea el método aquí propuesto para utilizarse en una primera fase en un

"Computerized Room Decision" conducido por un facilitador. En una segunda fase se pretende desarrollar una versión cliente-servidor que permita a los Decision Makers estar localizados en lugares diferentes y que pueda instalarse en Internet o en una Intranet. Variantes del algoritmo genético que permitan encontrar información multicriterio automáticamente para el problema del ranking individual y en grupo.

iii)

Referencias

- Leyva, J.C and Fernández, E. "A genetic algorithm for deriving final ranking from a fuzzy outranking relation". *Foundations of Computing and Decision Sciences*, vol. 24, no.1, 1999, pp. 33-47
- Macharis C., Brans J.P., Mareschal B. "The GDSS PROMETHEE Procedure". *Journal of Decision Systems*. V7-S1, 1998, pp. 283-307.
- Roy B. "The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods". In: Bana e Costa, C.A., (ed.) *Reading in multiple criteria decision aid*. Springer-Verlag, Berlin, 1990, pp.155-183.
- Roy B. *Multicriteria Methodology for Decision Aiding*, Kluwer, 1996.

