

# Aplicación de Operaciones Morfológicas a una Línea de Luz para Reconstrucción 3-D de Objetos

## *Application of Morphology Operations to a Light Line for Objects 3-D Reconstruction*

J. Apolinar Muñoz Rodríguez y Ramón Rodríguez Vera

Centro de Investigaciones en Óptica A. C.  
Loma del Bosque No. 115, Col. Lomas Campestre  
C.P. 37150, León Gto. México

e-mail : munoza@foton.cio.mx, munozaus@yahoo.com

*Artículo recibido en Febrero 15, 2002; aceptado en Junio 30, 2002*

## Resumen

*Se presenta una técnica para reconstrucción 3D de objetos, basada en el procesamiento morfológico de imágenes de una línea de luz. En este método el objeto se mueve en una dirección para ser barrido por una línea de luz. La forma del objeto se genera midiendo las deformaciones que sufre una línea de luz cuando esta se proyecta sobre un objeto.*

*Mediante el uso de un gradiente morfológico se miden estas deformaciones. Para obtener resultados con resolución de subpixel se usan B-Splines. Esto a diferencia del uso normal de las operaciones morfológicas que son con resolución de pixel. La topografía del objeto se determina por triangulación. Con esta técnica se obtienen resultados de manera rápida y con buena precisión de un valor rms de 0.237 mm. Esta técnica es probada con simulaciones y con objetos reales con topografía complicada.*

**Palabras clave:** Reconstrucción 3D, Gradiente morfológico, Proyección de línea de luz, Aproximación B-Splines, Sección transversal de un objeto, Resolución de Subpixel.

## Abstract

*A technique for objects reconstruction 3D is presented. This technique is based on morphological processing of a light line image. In this method an object is moved in a direction to be scanned by a Light line. The object shape is generated by measuring the light line deformations that it suffers when is projected on object. by using a morphological gradient these deformations are detected. To obtain results with subpixel resolution an B-Splines is used. This to difference of common use of morphology operations. Topography dimensions are determined by triangulation method. With this technique the results are obtained in a fast manner and with a accuracy of a rms value of 0.237mm. This technique is proved by simulations and with objects with complicate topography.*

**Keywords:** Recostruction 3D, Morphological gradient, Light line projection, Transverse section of an object, Subpixel resolution.

## 1 Introducción

En metrología óptica se han desarrollado muchas técnicas para reconstruir la forma 3D de objetos. El uso de luz estructurada permite que un sistema de detección 3D sea más confiable, además de que los datos adquiridos pueden ser interpretados muy fácilmente. Una técnica óptica en particular es la de proyección de una línea de luz. Cuando una línea de luz se proyecta sobre la superficie de un objeto, esta sufre deformaciones en el plano de la imagen de acuerdo a la topografía del objeto. El objetivo de esta técnica es medir estas deformaciones para calcular las dimensiones de la superficie del objeto por medio un proceso computacional. Diversos algoritmos se han desarrollado para medir las deformaciones de una línea de luz, tal es el caso del método de detección de pico desarrollado por (Cheng et al., 1991). En este método el pico es asignado al pixel cuya intensidad es la mas alta. La posición de este pico proporciona la información de la deformación en la imagen. Otro método consiste en medir el ancho de la línea de luz como función de la altura de la superficie del objeto como lo describe el trabajo de (Thomas et al., 1994). Este ancho es medido directamente en la pantalla usando un ocular con retícula o con un micrómetro. También se han usado herramientas como una máquina de medición de coordenadas (MMC) para medir las deformaciones de la línea de luz, como se muestra en el trabajo de (Chang y Tai 1995; Tai y Chang 1995). En esta técnica se usa un bloque con puntos conocidos, los cuales son usados como referencia para determinar la deformación en la imagen. Para sistemas de detección de pico también se ha empleado un sensor electrónico, con el cual se determina la posición de la deformación por medio de integración numérica como se explica en el trabajo de (Baba et al., 1998). Por otro lado en el método de integración de líneas (TDI, Time delay and integration), se usa una cámara para capturar línea por línea y formar un patrón de franjas como se describe en el trabajo de (Sajan et al., 1998; Asundi y Zhuo 1999). Aquí la forma del objeto se extrae del patrón de franjas por medio de un algoritmo de detección de fase como lo describe (Cuevas et al., 2000).

En este trabajo se propone la incorporación de las operaciones morfológicas para medir las deformaciones de una línea de luz, las cuales no se han aplicado a este proceso. A partir de la posición de la deformación de una línea de luz se reconstruye la topografía del objeto, por lo que este parámetro es lo más importante en el procesamiento de la imagen. Para determinar estas deformaciones se mide la posición del máximo de intensidad en una dirección. Para esto es necesario aplicar la primera y la segunda derivada para saber si es un máximo o mínimo local. En morfología matemática se aplica el *gradiente morfológico* que nos indica la posición del máximo cambio en una dirección por medio de una dilatación y una erosión de la imagen como se explica en el trabajo de (Terol-Villalobos 1996). El aplicar operaciones morfológicas permite medir las deformaciones de una línea de luz de manera muy eficiente y rápida.

Estas operaciones se pueden implementar usando algoritmos muy sencillos. Esto a diferencia de los métodos antes mencionados, donde se usan algoritmos muy complicados y que requieren de una gran cantidad de operaciones en el procesamiento de la imagen. Cuando se emplea morfología matemática en procesamiento de imágenes normalmente se trabaja con una resolución de píxel. Sin embargo, para encontrar una mejor medición de la deformación en la imagen de la línea, se necesita una resolución de fracción de píxel. Esto contribuye a que las mediciones tengan una mayor precisión. En este trabajo también se incluye una manera de obtener una resolución de subpíxel para las operaciones morfológicas. En esta parte se construye una función continua usando los píxeles de la imagen por medio del método *B-Spline*, el cual se explica en la literatura (Gerald y Wheatley 1992). En este proceso las operaciones de dilatación y erosión se realizan con resolución de fracción de píxel. La ventaja de usar *B-Splines* es que no es necesario calcular constantes para construir polinomio, ya que se obtienen por medio de una función generadora. Esto a diferencia de los métodos aproximación tradicionales, donde hay que resolver una matriz para determinar las constantes del polinomio. Con la combinación de estos dos métodos *B-splines* y *gradiente morfológico*, se obtienen resultados de una manera muy rápida.

El arreglo experimental propuesto para implementar esta técnica es controlado por computadora, por lo que todos los parámetros del sistema están bien determinados y se obtienen resultados con buena precisión. Otro aspecto importante de mencionar con respecto a la implementación del arreglo es que únicamente se usan dos parámetros para determinar la superficie del objeto, la deformación de la línea de luz y el ángulo de proyección de esta. Esto a diferencia de otro tipo de arreglos donde se incluyen más parámetros, los cuales incrementan el porcentaje de error en las mediciones. En este trabajo se extrae la forma de objetos con topografía complicada, lo cual muestra el potencial de la técnica implementada.

## 2 Descripción del Arreglo Experimental

En la Figura 1 se muestra el arreglo experimental que se implemento para la técnica de proyección de una línea de luz. En este arreglo, el objeto se coloca en una plataforma de un dispositivo electromecánico que se mueve con una resolución de 0.0001 pulgadas en el eje  $x$ . Sobre el objeto se proyecta una línea de luz vertical por medio de un diodo láser el cual está alineado con un ángulo con respecto al plano de referencia. Con una cámara CCD que está alineada en forma perpendicular al plano de referencia y una tarjeta digitalizadora se capturan las imágenes de la línea de luz.

Cada imagen se procesa para medir las deformaciones usando las operaciones morfológicas. Estas deformaciones tienen una relación directa con la altura de la superficie del objeto como se muestra en el trabajo de (Jianquin y Zhengfen 1994). Con el procesamiento independiente de cada imagen se construye un perfil del objeto. Este perfil corresponde a una sección transversal del objeto de la región donde se le proyecta la línea de luz. Por medio de una PC se mueve el dispositivo electromecánico en fracción de milímetro en la dirección  $x$ , lo cual permite que la línea de luz se proyecte sobre toda la superficie del objeto. De éste proceso se recopila un conjunto de imágenes, de las cuales se extrae la información topográfica que a su vez es guardada en un arreglo de memoria. De esta manera se reconstruye la forma 3D completa del objeto.

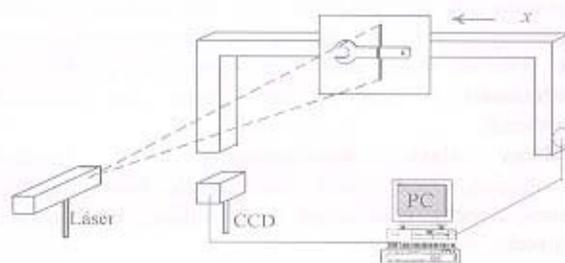


Figura 1. Arreglo experimental

La relación que existe entre la deformación de la línea de luz y la altura de la superficie del objeto se puede explicar usando la geometría del arreglo experimental que se muestra en la Figura 2. En este esquema  $h(x,y)$  es la altura donde el haz de la línea de luz incide sobre el objeto,  $\theta$  es el ángulo fijo entre el plano de referencia y el haz láser. El diodo láser por medio de una lente cilíndrica proyecta un solo haz en forma de línea, por lo que toda la iluminación de esta incide sobre el objeto a el mismo ángulo  $\theta$ . Cuando la línea de luz se proyecta sobre el objeto, está sufre un desplazamiento del punto  $A$  al punto  $B$  en el plano de la imagen, el cual se puede calcular como:

$$s(x,y) = AB = x_A - x_B \quad (1)$$

donde  $x_0$  es la posición de la línea de luz cuando incide sobre el objeto y  $x_1$  es la posición cuando la línea de luz incide sobre el plano de referencia. Estas dos posiciones se calculan en la imagen que se genera en el arreglo CCD de la cámara aplicando el gradiente morfológico, el cual nos proporciona la posición del máximo de intensidad con resolución de subpixel.

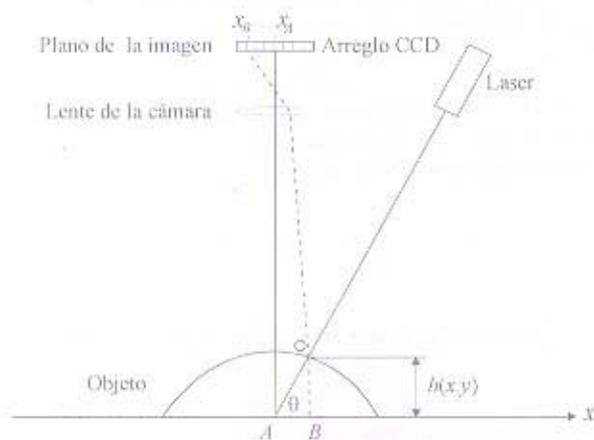


Figura 2. Geometría del arreglo experimental

Con el desplazamiento medido en la imagen y que corresponde a la distancia  $AB$  en mm, la altura del objeto se puede calcular resolviendo el triángulo  $AOB$ . Resolviendo este triángulo se obtiene la siguiente expresión:

$$h(x,y) = s(x,y) \tan \theta \quad (2)$$

La relación de la ecuación (2) se utiliza para calcular la altura del objeto en cada renglón de la imagen y con esto se determina el perfil de la superficie del objeto.

### 3 Teoría Básica

Las operaciones elementales de la morfología matemática son: la Dilatación y la erosión, estos conceptos se encuentran en la literatura (Mahdavi y Gonzalez 1997).

La dilatación en niveles de gris de una imagen  $A$  por un elemento de estructura  $B$  se denota por  $A \oplus B$ , y se define como:

$$A \oplus B = \max\{a(x-i) + b(i) \mid (x-i) \in D_a; y \in D_b\}, \quad (3)$$

donde  $a(x-i)$  es un valor del pixel de la imagen  $A$ ,  $b(i)$  es un valor del elemento de estructura  $B$ ,  $x$  es la posición de la imagen donde se desea determinar el valor de la dilatación e  $i$  corresponde a la posición del elemento de estructura.  $D_a$  corresponde a una región de la imagen con un largo igual al del elemento de estructura,  $D_b$  una región del elemento de estructura, de tal manera que  $D_a$  y  $D_b$  son del dominio de  $A$  y  $B$  respectivamente. El proceso de dilatación usando la ecuación (3) se realiza trasladando en la imagen el

elemento de estructura cuyo centro es la posición  $x$ . Posteriormente se efectúa una suma de cada pixel de la imagen con el valor del elemento de estructura correspondiente. Después se determina cual de estas sumas tiene el valor máximo, con lo cual se obtiene el resultado de la dilatación de la imagen en la posición  $x$ . Posteriormente se mueve el elemento de estructura para dilatar la imagen en otra posición  $x$ . Este proceso se realiza hasta dilatar toda la imagen. El resultado de aplicar una dilatación a una imagen, es otra imagen con mayor intensidad.

La erosión de una imagen se denota por  $A \ominus B$  y se define como:

$$A \ominus B = \min\{a(x+i) - b(i) \mid (x+i) \in D_a; y \in D_b\}, \quad (4)$$

donde la función  $a(x+i)$  es un pixel de la imagen y  $b(i)$  es un valor de elemento de estructura. Al igual que en la dilatación  $D_a$  es una región de la imagen y  $D_b$  es una región del elemento de estructura. El proceso de erosión utilizando la ecuación (4) se realiza trasladando en la imagen el elemento de estructura cuyo centro es la posición  $x$ . Posteriormente se efectúa la resta de cada pixel de la imagen con el valor del elemento de estructura correspondiente. Después se determina cual de estas restas es el valor mínimo, con lo cual se obtiene el resultado de la erosión de la imagen en la posición  $x$ . Posteriormente se mueve el elemento de estructura para erosionar la imagen en otra posición  $x$ . Este proceso se realiza hasta erosionar toda la imagen. Con este proceso se genera una imagen de menor intensidad.

La dilatación y la erosión se usan para calcular el *gradiente morfológico*, expresión que se muestra en la literatura (Parker 1997). Este término se denota por  $g$  y se define como:

$$g = (A \oplus B) - (A \ominus B). \quad (5)$$

Para determinar el gradiente  $g$  de la imagen usando la ecuación (5), se resta la imagen erosionada a la imagen dilatada elemento a elemento en cada posición  $x$ .

Efectuando esta operación se obtiene un cambio en los valores del gradiente  $g$  de la imagen, de decreciente a creciente en la posición  $x$  de la imagen  $A$  donde hay un máximo de intensidad. El resultado de extraer el gradiente morfológico de una imagen de una línea de luz es una imagen con la posición de los máximos de intensidad de ésta. La posición de cada máximo de la imagen es para un valor entero  $x$ , lo cual nos indica que la resolución que es de nivel de pixel. Esta posición  $x$  del máximo corresponde al desplazamiento  $s(x,y)$  que se utiliza para calcular la altura  $h(x,y)$  mediante la ecuación (2). Para mejorar la precisión de  $h(x,y)$ , es necesario determinar con mayor exactitud la posición  $x$  del máximo. Esto se logra calculando el valor de  $x$  con precisión de fracciones, lo cual nos indica que podemos determinar la posición del máximo con resolución de subpixel.

Debido a que los valores de los pixeles de una línea de luz son discretos, es necesario generar una función continua de

ésta para efectuar tanto la dilatación como la erosión a nivel de subpixel. Con esto se puede determinar la posición  $x$  del máximo con una precisión de fracciones mediante el gradiente morfológico  $g$ . El método de interpolación *B-Splines* es usado para crear una función continua a partir de un conjunto de píxeles como se explica en la literatura (Mortenson 1997). Con este método se genera un segmento de curva suave entre dos puntos  $P_i$  y  $P_{i+1}$ , en donde se requieren además de estos puntos los puntos  $P_{i-1}$  y  $P_{i+2}$ . La función de interpolación está basada en una ecuación paramétrica, la cual se define como:

$$B_i(u) = \sum_{k=-1}^2 b_k(u)P_{i+k} \quad (6)$$

donde

$$b_{-1} = \frac{(1-u)^3}{6}, \quad b_0 = \frac{u^3}{2} - u^2 + \frac{2}{3},$$

$$b_1 = -\frac{u^3}{2} + \frac{u^2}{2} + \frac{u}{2} + \frac{1}{6}, \quad b_2 = \frac{u^3}{6},$$

$$0 \leq u \leq 1.$$

Esta es la versión cúbica del método *B-Splines* en donde se genera un polinomio  $B_i(u)$  de tercer grado, donde  $P_i$  contiene las coordenadas cada punto  $(x_i, z_i)$ ,  $b_k$  es un término que se calcula para cada valor del parámetro  $u$ . De la ecuación (6) se desarrolla la sumatoria y se acomodan los términos con lo que se genera el siguiente polinomio:

$$B_i(u) = \frac{1}{6}(1-u)^3 P_{i-1} + \frac{1}{6}(3u^3 - 6u^2 + 4)P_i + \frac{1}{6}(-3u^3 + 3u^2 + 3u + 1)P_{i+1} + \frac{1}{6}u^3 P_{i+2}, \quad (7)$$

$$0 \leq u \leq 1.$$

Este polinomio es evaluado en el intervalo  $0 \leq u \leq 1$ , para determinar el segmento de curva entre los punto  $P_i$  y  $P_{i+1}$ . Para determinar una curva completa que ajuste a un conjunto de puntos, se calculan varios polinomios  $B_i(u)$  para  $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$ , donde  $n$  es el número de puntos. Para el caso de  $B_0(u)$ ,  $P_{-1} = P_0$  y para  $B_{n-1}(u)$ ,  $P_{n+1} = P_n$ . De esta manera se obtiene una función continua de la imagen de la cual se desea aplicar las operaciones morfológicas para determinar la posición del máximo.

## 4 Extracción de un Perfil del Objeto

El primer paso para extraer un perfil de la región donde se proyectó la línea de luz sobre el objeto, es medir la posición de la línea de luz en cada renglón de la imagen. La

intensidad proyectada por un diodo láser sobre un objeto con superficie lambertiana: es una distribución aproximada a la Gaussiana como se muestra en el trabajo de (Herzog et al., 1997). Para realizar este proceso, se genera una función continua que ajuste a los píxeles de cada renglón de la imagen por medio del método *B-Splines* usando la ecuación (7). Esta función continua se determina con los puntos  $P_i$ , que en este caso corresponden a los píxeles un renglón de una imagen una línea de luz. Los valores de los píxeles son representados por:  $(x_i, z_i)$ ,  $(x_2, z_2)$ ,  $(x_3, z_3)$ , ...,  $(x_n, z_n)$ , donde  $x_i$  y  $z_i$  son la posición y la intensidad de los píxeles respectivamente. Aplicando la ecuación (7) se obtienen otras dos ecuaciones como se describe en la literatura (Mortenson 1997), una para  $x$  y otra para  $z$ :

$$x_i(u) = \frac{1}{6}(1-u)^3 x_{i-1} + \frac{1}{6}(3u^3 - 6u^2 + 4)x_i + \frac{1}{6}(-3u^3 + 3u^2 + 3u + 1)x_{i+1} + \frac{1}{6}u^3 x_{i+2}, \quad (8)$$

$$z_i(u) = \frac{1}{6}(1-u)^3 z_{i-1} + \frac{1}{6}(3u^3 - 6u^2 + 4)z_i + \frac{1}{6}(-3u^3 + 3u^2 + 3u + 1)z_{i+1} + \frac{1}{6}u^3 z_{i+2}, \quad (9)$$

Estas dos últimas ecuaciones son evaluadas en el intervalo  $0 \leq u \leq 1$ , con lo cual se genera la curva  $B_0(u)$  para  $i = 0$ . Esta curva está definida entre los puntos  $(x_0, z_0)$  y  $(x_1, z_1)$ . Posteriormente se incrementa  $i$  para encontrar cada uno los segmentos  $B_1(u)$ ,  $B_2(u)$ ,  $B_3(u)$ , ...,  $B_{n-1}(u)$ , con lo que se construye la curva en su totalidad. En la Figura 3 se muestra la curva continua  $A = B_i(u)$  de un conjunto de 14 píxeles los cuales corresponden a una sección de transversal de una línea de luz. Los puntos mostrados en esta figura corresponden a la intensidad de los píxeles de un renglón de una imagen de una línea de luz proyectada sobre un objeto. Esta curva se genera mediante las ecuaciones (8) y (9) para  $i = 0, 1, 2, 3, \dots, 13$ .

Continuando con el proceso para determinar la posición de la línea de luz, ahora se aplica el gradiente morfológico  $g$  a la imagen de la función  $A$ . Para efectuar este paso se le aplica a la función  $A$  una dilatación y una erosión usando las ecuaciones (3) y (4). El elemento de estructura que se utiliza para aplicar la dilatación y erosión es una semicircunferencia, la cual se muestra en la Figura 4.(a).

Esta forma del elemento de estructura es usada ya que es una forma muy similar a la intensidad de la línea de luz. El resultado de aplicar estas dos operaciones se muestra en la Figura 4(b).

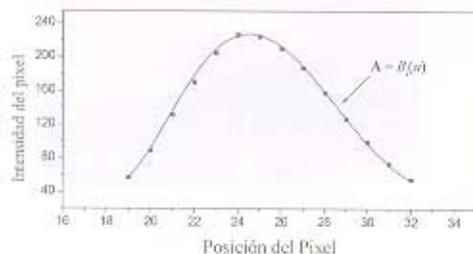


Figura 3. Curva correspondiente a los píxeles de un renglón de una imagen de una línea de luz

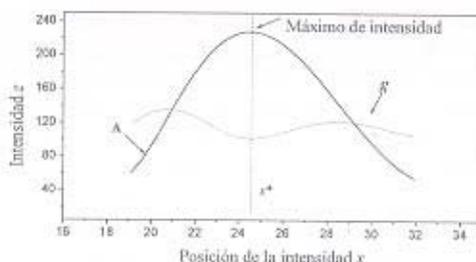
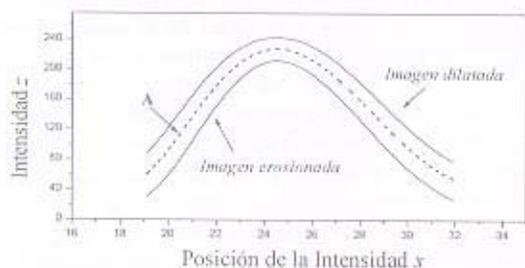


Figura 5. Posición del máximo la función  $f$  usando gradiente morfológico



(a)



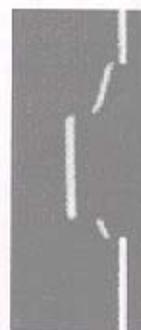
(b)

Figura 4. (a) Elemento de estructura, (b) Dilatación y erosión de la función A

Con la dilatación y la erosión se calcula el gradiente  $g$  usando la ecuación (5). Este paso se efectúa restando la función de erosión a la función de dilatación, para cada posición fraccionaria  $x$  de las dos funciones. En cada valor calculado de función gradiente  $g$  se verifica si existe cambio de decreciente a creciente en la dirección  $x$  como se muestra en el trabajo (Rivest et al., 1992). Este cambio existe únicamente una vez en la línea de luz, ya que solo tiene un máximo en la dirección  $x$ . Para verificar si existe cambio se calcula la pendiente como se explica en la literatura (Gerald y Wheatley 1992), usando el valor actual y el valor anterior de la función gradiente  $g$ . Si el signo de la pendiente cambia de negativo a positivo entonces la posición del valor anterior es la posición del cambio  $x^*$ .

Esta posición corresponde al máximo de intensidad de la función A, con lo cual se determina la deformación de la línea de luz como se muestra en la Figura 5. Los valores de la función  $g$  están normalizados entre 100 y 130.

El segundo paso para determinar el perfil de un objeto a partir de la posición de la línea de luz, consiste en calcular la altura  $h(x, y)$  correspondiente al punto donde se calculó la posición de desplazamiento. Para obtener esta altura se utiliza la ecuación (2), donde  $s(x, y) = x^*$ , y  $\theta$  es el ángulo con el que se proyectó la línea de luz. Esta operación se realiza en cada renglón de la imagen con lo cual se forma el perfil correspondiente a una sección transversal del objeto. En la Figura 6(a) se muestra una imagen de una línea de luz a la que se le aplica el gradiente morfológico para determinar la posición del máximo de intensidad  $x^*$ . En la Figura 6(b) se muestra el perfil del objeto que se obtuvo después de aplicar la ecuación (2), utilizando la posición del máximo de cada renglón de la imagen de la Figura 6(a).



(a)

(b)



Figura 6. (a) Línea de luz digitalizada, (b) Perfil del objeto correspondiente a la línea de luz

## 5 Resultados Experimentales

La Figura 1 muestra el arreglo experimental, donde un diodo láser de 5mW proyecta una línea de luz vertical sobre la superficie del objeto. El objeto que se utilizó en este experimento es una horma, la cual se muestra en la Figura 7. Una línea de luz se proyecta sobre la superficie de la horma. En la Figura 8 se muestra la horma con la línea de luz proyectada sobre su superficie. Por medio de una cámara CCD se captura la imagen de la línea de luz, la cual se deforma de acuerdo a la topografía de la horma. Por medio de una tarjeta digitalizadora, se genera un archivo de la imagen captada por la cámara CCD con una resolución de 320 x 200 píxeles y 256 niveles de gris. Con el dispositivo electromecánico mostrado en la Figura 1 se mueve el objeto en pasos de 1.27 mm, para capturar un conjunto de imágenes de la línea de luz. De cada una de estas imágenes se extrae una sección transversal de la horma.

Esto se realiza aplicando las operaciones morfológicas descritas en la sección 3 y 4, además de la geometría del arreglo experimental descrito en la sección 2. Los valores de la altura  $h(x, y)$  de la superficie del objeto se calculan mediante la ecuación (2). Para realizar este paso es necesario convertir el término de desplazamiento  $s(x, y) = x^*$  medido en la imagen en píxeles a en unidades de mm y además de conocer el ángulo  $\theta$  de la Figura 1.

La conversión de píxeles a milímetros se realizó midiendo el número de píxeles que existe entre dos puntos de los cuales se conoce su distancia en mm. En este caso 1 píxel corresponde a 0.898 mm. El ángulo  $\theta$  se calculó usando las distancias  $OB$ ,  $AB$  y resolviendo el triángulo  $AOB$  de la Figura 2. La distancia  $OB$  se obtiene colocando un objeto de altura conocida y la distancia  $AB$  se determina midiendo la posición de la línea de luz en la imagen en mm. Este proceso de calcular el ángulo se realizó con diferentes objetos con plano inclinado, con dimensiones conocidas.

Para efectuar este paso se proyectó una línea de luz sobre el plano inclinado. Se midió la distancia  $AB$  correspondiente a la posición de línea para todas las alturas  $OB$  de plano inclinado. Se resuelve el triángulo  $AOB$  para cada dato  $AB$  y  $OB$  correspondientes, con lo que se obtiene un conjunto de ángulos. Se promediaron las pequeñas variaciones de todos los ángulos para obtener un ángulo  $\theta$  con menor error. Cada sección transversal del objeto, calculado de manera independiente se guarda en un arreglo de memoria con lo cual se obtiene la forma 3D completa del objeto como se muestra en la Figura 9.

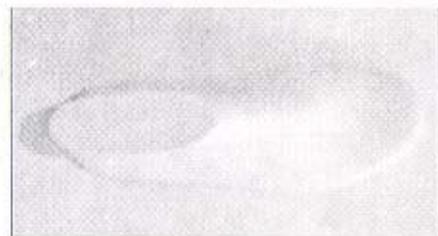


Figura 7. Objeto utilizado para extraer su topografía

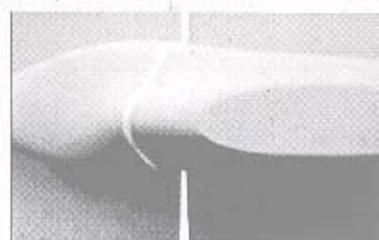


Figura 8. Línea de luz proyectada sobre la horma

Para conocer la precisión de las mediciones efectuadas con este método se calculó el valor *rms* (*root mean squared*) tomando como referencia mediciones realizadas con una máquina de medición por coordenadas (MMC). El valor *rms* se obtiene utilizando la expresión disponible en la literatura (Masters 1993):

$$rms = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (h_i - h_c)^2} \quad (10)$$

donde  $h_i$  es el dato de la altura medido con la MMC y  $h_c$  es el dato de la altura calculado por proyección de una línea de luz. Para calcular el valor *rms*, se midió la superficie del objeto con la MMC. Este proceso se realizó midiendo con una separación de 3 mm a lo largo de la región donde se proyectó cada línea de luz, de tal manera que se midieron 1240 valores de  $h_i$ . De los resultados obtenidos por proyección de una línea de luz, se seleccionaron los valores correspondientes a una separación de 3 mm, con lo cual se determinaron los valores  $h_c$ . Estos datos se sustituyeron en la ecuación (10), en este caso se obtuvo un  $rm = 0.287$  mm.

Este valor nos indica se tiene un error muy pequeño con respecto a los datos de la MMC que son tomados como referencia. Esto se debe en gran parte a que el proceso computacional de cada imagen se realiza con resolución de subpíxel.

La Computadora que se utilizó para realizar el proceso es una PC 586 a 166 MHz. Cada línea de luz se procesó en un tiempo de 0.342 segundos. La rapidez con que se procesan las imágenes se debe en primer lugar al método *B-Splines* usado para generar una función continua, ya que a diferencia de los métodos de interpolación tradicionales, no se requiere de calcular constantes para encontrar un polinomio ya que estas son creadas por la función generadora de la ecuación (6). Otro aspecto importante de mencionar es que la posición de la de la línea se determina con una simple resta mediante el gradiente morfológico. El potencial de esta técnica se puede ver cuando se desea extraer la forma tridimensional de objetos con pequeños detalles o con topografía que tiene pendientes complicadas como la de una horma. Normalmente con otro tipo de métodos tanto ópticos como de contacto no se pueden detectar este tipo de topografía. A esto se suma la precisión de los resultados obtenidos.

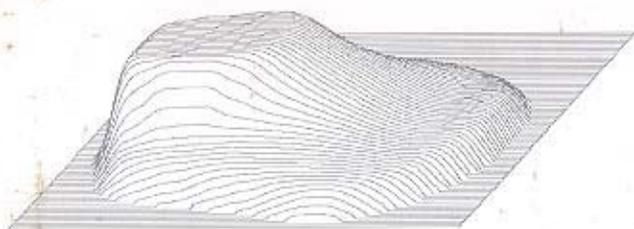


Figura 9. Topografía del objeto

## 6 Conclusiones

Se presentó una técnica para reconstruir la forma 3D de objetos por proyección de una línea de luz. El arreglo experimental utilizado para realizar este proceso es muy simple de implementar ya que no requiere de óptica complicada. Lo cual se demuestra cuando se extrae el perfil de un objeto, usando únicamente dos parámetros (el ángulo  $\theta$  y el desplazamiento  $s$ ) para cuantificar la altura de la altura del objeto. Esto influye en la precisión de los resultados de las mediciones, ya que mientras menos parámetros tenga el sistema se introducen menos errores. En este trabajo se mostró que el usar morfología matemática tiene un gran potencial para procesar las imágenes de una línea de luz, ya que con una simple resta de dos funciones (Dilatación y Erosión) encontramos la posición del de la deformación de la línea de luz. Esto se debe a que solo existe un máximo en cada renglón de la imagen el cual se obtiene con el gradiente morfológico  $g$ . Aunado a esto el utilizar *B-Splines* para crear funciones continuas de manera muy eficiente y rápido ya que no se requiere de calcular constantes como se hace normalmente en los métodos de interpolación tradicionales. El trabajar con funciones continuas permite que las operaciones morfológicas se efectúen a nivel de subpixel, con lo cual la posición de la deformación se puede calcular con una resolución de fracción de pixel. Debido a esto se obtiene una mejor precisión en las mediciones. Otro aspecto que se puede mencionar es que no se tiene que trabajar en función de la frecuencia como se hace en la mayoría de los métodos ópticos. La resolución del sistema depende de la amplificación de la cámara y el ángulo de proyección.

Finalmente podemos concluir que esta técnica es una herramienta muy valiosa en inspección industrial, ya que se pueden reconstruir objetos con topografía complicada y con pequeños detalles.

## Referencias

Asundi A. and Zhou W., "Mapping algorithm for 360-deg profilometry with time delay integration imaging," *Opt. Eng.* Vol. 38 No. 2, pp. 339-344 (1999).

Baba M., Konishi T. and Kobayashi N. "A novel fast rangefinder with non-mechanical operation," *Journal of Optics.* Vol. 29 No. 3, pp. 241-249 (1998).

Chang M. and Tai W. Ch., "360-deg profile non contact measurement using a neural network," *Opt. Eng.* Vol. 34 No.12, pp. 3572-3576 (1995).

Cheng X. X., Su X. Y., and Guo L. R., "Automated measurement method for 360 profilometry of 3-D diffuse objects," *Appl. Optics* Vol. 30 No.10, pp. 1274-1278 (1991).

Cuevas F. J., Servin M., Stavroudis O. N., Rodríguez-Vera R., "Multi-layer neural network applied to phase and depth recovery from fringe patterns", *Optics Communication* Vol 181, pp. 239-259 (2000).

Gerald C. F. and Wheatley P. O., *Applied numerical analysis*, Addison Wesley, Fifth edition, USA, (1992).

Herzog W. D., Unlu M.S., Goldberg B.B., and Rhodes G.H., "Beam divergence and waist measurement of laser diodes by near field scanning optical microscopy," *Appl. Phys. Lett.* Vol. 70 No.6, 688-690 (1997).

Jianquin Z. and Zhengfen H., "3-D object profilometry based on direct displacement analysis," *Opt. Lasers Eng.* Vol. 21 No. 4, pp. 187-198 (1994).

Mahdavi Y. and Gonzalez R.C., *Advances in Image analysis*, SPIE PRESS, U.S.A. (1992).

Masters T., *Practical Neural Networks Recipes in C++*, Academic Press, U.S.A 1993.

Mortenson M. E., *Geometric Modeling*, Willey, Second edition, USA, 1997.

Parker J. R., *Algorithms For Image processing and computer vision*, John Wiley & Sons, U. S. A. (1997).

Rivest J. F., Soille P., and Beucher S., *Morphological gradients*, SPIE Vol. 1658, pp. 139-150 (1992).

Sajan M. R., Tay C. J., Shang H. M., and Asundi A., "Improved spatial phase detection for profilometry using a TDI imager," *Optics Comm.* Vol. 150 No. 1-6, pp. 66-70 (1998).

Tai W. Ch. and Chang M., "Non contact profilometric measurement of large form parts," *Opt. Eng.* Vol. 35 No. 9, pp. 2730-2735 (1996).

Terol-Villalobos I. R., "Non increasing filters using morphological", gradient criteria, *Opt. Eng.* Vol. 35 No. 11, pp. 3172-3182, (1996).

Thomas L. P., Gratton R., Marino B. M., and Simon J. M., "Measurements of free surface profiles in transient flow by a simple light slicing method," *Appl. Optics* Vol. 33 No. 13, pp. 2455-2458 (1994).

Herzog W. D., Unlu M.S., Goldberg B.B., and Rhodes G.H., "Beam divergence and waist measurement of laser diodes by near field scanning optical microscopy," *Appl. Phys. Lett.* Vol. 70 No.6, 688-690 (1997).



**J. Apolinar Muñoz Rodríguez**, recibió el grado Ingeniero en Computación y Sistemas en la Universidad del Bajío en León, Gto., en 1994, su Maestría en Ingeniería Eléctrica en la Facultad de Ingeniería Mecánica Eléctrica y Electrónica de la Universidad de Guanajuato en 1995 en Salamanca Gto., y el grado de Doctor en Ciencias en el Centro de Investigaciones en Óptica de la Universidad de Guanajuato en León, Gto., en 2001. Su trabajo de investigación incluye Procesamiento Digital de Imágenes, Óptica computacional, Visión robótica, Morfología matemática, y Metrología Óptica. Sus trabajos se han presentado en congresos nacionales e internacionales, además de publicarse en revistas de circulación internacional. Ha participado en proyectos de investigación avalados por CONACYT. También ha dirigido tesis de Licenciatura, así como la impartición de cátedra en Licenciatura, Maestría y Doctorado. Actualmente se encuentra realizando una estancia Post-Doctoral en la Universidad Tecnológica de Nanyang en Singapur.



**Ramón Rodríguez-Vera**, recibió su grado de Licenciatura en físico-matemáticas en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo en 1982, su Maestría en Ciencias del Centro de Investigaciones en Óptica-Universidad de Guanajuato en 1986, y en 1993 obtuvo su Doctorado en la Universidad Tecnológica de Loughborough, Inglaterra. Actualmente es Investigador Titular C y profesor en los programas de posgrado del Centro de Investigaciones en Óptica, A.C., de las licenciaturas en Física e Ingeniería Física del IFUG. Sus áreas de investigación son metrología óptica mediante el uso de métodos interferométricos holográficos, de moteado y técnicas del moiré. Del mismo modo desarrolla trabajos de investigación en análisis digital de imágenes de patrones de franjas y visión por computadora. El Dr. Rodríguez-Vera ha dirigido varias tesis de licenciatura, maestría y doctorado. Ha publicado más de cuarenta artículos en revistas de circulación internacional y presentado más de cincuenta trabajos en congresos nacionales e internacionales, algunas de éstas como ponente invitado. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores (SNI) y de las sociedades científicas siguientes: OSA, SPIE, SEM, EOS, Sociedad Mexicana de Física y Academia Mexicana de Óptica.

