

# Sistema de Codificación Sub-banda de Imágenes con Wavelets

Gustavo Abraham Mas Levario, María Aurora Segura Corona, Miguel Angel López Martínez  
Profesores del CIC-IPN  
gmas@redipn.ipn.mx

**E**n este trabajo se propone una solución para implementar un sistema de compresión de imágenes basándose en un esquema denominado codificación sub-banda. Bajo este esquema se propone la utilización de la transformada llamada *wavelet*. Por otra parte, se pretende que el sistema se implante usando un modelo de coprocesamiento entre una computadora huésped y una tarjeta de expansión.

---

## INTRODUCCIÓN

---

Hoy en día circulan en diversos medios grandes volúmenes de información. Como resultado, la habilidad para almacenar, acceder y transmitir esta información en una manera eficiente es crucial. Esto es particularmente cierto para el caso de imágenes digitales, donde típicamente se requiere un gran número de bits para representar una imagen digital simple; con los rápidos avances en la tecnología de sensores y la electrónica digital, este número crece aun más con cada nueva generación de productos.

El procesamiento digital de imágenes es un área de la ingeniería que

actualmente tiene una gran relevancia. Hoy en día son múltiples las aplicaciones que involucran el procesamiento de imágenes en alguna de sus etapas, entre otras: multimedia, diagnóstico clínico, sistemas de información administrativos, robótica, juegos etc.

El uso de imágenes digitales en forma efectiva requiere de técnicas específicas para reducir el número de bits requeridos en su representación. El área del procesamiento digital de imágenes que estudia este tipo de problemas es la Compresión de Imágenes.

La compresión de imágenes se encarga de codificar la información de tal manera que se ocupe menos tiempo en su transmisión y almacenamiento. Desde los inicios del procesamiento de imágenes se han desarrollado diferentes métodos tanto teóricos como prácticos para lograr mejores tasas de compactación, con mejores índices de eficiencia.

El objetivo principal de este trabajo es proponer una solución para implementar un sistema de compresión de imágenes, con base en un esquema de compresión denominado codificación sub-banda. Este esquema tiene diferentes variantes, pero se ha optado por la utilización de la transformada llamada *wavelet*. Por otra parte, se pretende que el sistema se implante bajo un esquema de coprocesamiento, entre una computa-

dora huésped y una tarjeta coprocesadora con un DSP (Digital Signal Processor) TMS320C50, de la familia de Texas Instruments.

Este tipo de esquemas se puede utilizar para resolver aplicaciones de conferencias remotas.

## CONCEPTOS BÁSICOS DE IMÁGENES

- Imagen: Es la representación de la forma de una escena visual.
- Comúnmente tenemos familiaridad con fotografías en color y en blanco y negro.
- Una fotografía en blanco y negro guarda la brillantez de cada punto de la escena.
- Una fotografía a color almacena el color de cada punto, además de su brillantez.
- En la fotografía convencional, el mecanismo por el cual se realiza el almacenamiento es químico.

## REPRESENTACIÓN DE IMÁGENES POR UNA COMPUTADORA

Existe una gran diversidad de fuentes de donde obtener imágenes: fotografías, revistas, libros, cámaras digitales, etc.. Si el material original corresponde a un medio impreso, se emplea un digitalizador (scanner) para adquirir la información, transformar-

la a un formato gráfico y almacenarla en la computadora. Si la fuente es una cámara digital, la transmisión es directa.

- En una computadora, una imagen es un arreglo de números.
- Éstos arreglos generalmente son llamados matrices.
- Una matriz es un conjunto de números ordenados en columnas y renglones.
- Cada elemento del arreglo es llamado Pixel o Pel (del inglés, picture element).
- Cada elemento esta asociado a una columna y un renglón. El número de columna y el número de renglón definen la coordenada del pixel.
- El valor de cada pixel define la brillantez de cada punto, para una imagen en blanco y negro (o en tonos de gris); o representa el color que tiene cada punto en una imagen a color.
- Independientemente del tipo de imagen, se utiliza una paleta cromática, en donde se definen el número de colores o de tonos de gris con los que se puede representar la imagen.
- Una paleta de escala de gris indica todos los posibles tonos de gris que puede desplegar cada uno de los pixeles que componen la imagen en la pantalla o monitor.
- En las imágenes en tonos de gris, el valor de cada pixel indica el nivel de gris a utilizar para su representación; este valor se compara con los especificados en la paleta de tonos, cuando uno coincide, en-

tonces se elige la cantidad de brillantez con la que se mostrara el pixel en pantalla.

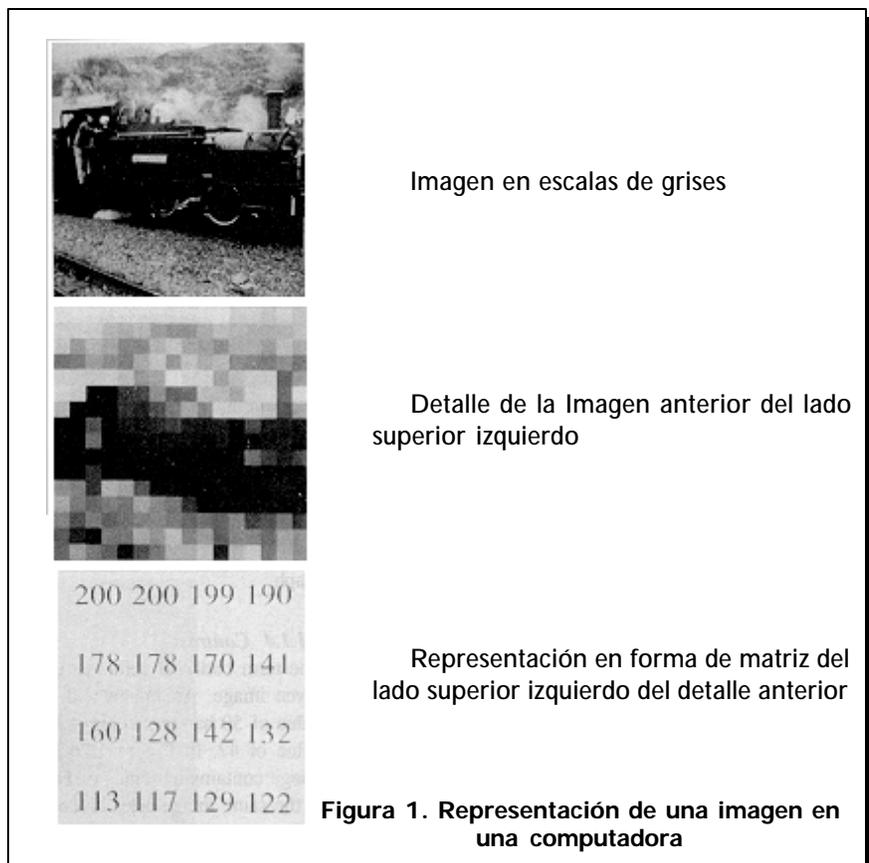
- Una paleta de colores indica todos los posibles colores que puede desplegar cada pixel que compone a la imagen.
- Para las imágenes a color, el valor del pixel representa una combinación de niveles de rojo, verde y azul, que se emplea para representar el color de dicho pixel. Por lo tanto, cada posible color se asocia con una combinación diferente de intensidades; variando los niveles de estas intensidades se pueden obtener diferentes tonos para un color dado.

---

**CODIFICACIÓN SUB-BANDA**

---

La compresión es una de las aplicaciones del procesamiento digital de señales, que usa expansiones de la señal como componente principal. La más notable de las expansiones, se discretiza en tiempo por medio de bancos de filtros. Cuando los canales de un banco de filtros se usan para codificar, el esquema resultante es conocido como codificación sub-banda. Las razones para expandir una señal y procesarla en el dominio transformado son numerosas. La codificación de la fuente puede aplicarse directamente sobre el original, siendo esto usualmente más eficiente para encontrar una transformación apropiada. Por razones de eficiencia se considera que, a mayor complejidad del codificador, se obtiene una mejor compresión.



Esta forma de codificación ha producido esquemas de compresión de alta eficiencia para voz, audio, imágenes y video, algunos de los cuales han sido adoptados como estándares industriales, por ejemplo: codificación sub-banda para voz de alta calidad a 32 KBits/sec. ; AC, PAC y NUSI-CAM para audio; JPEG para imágenes y MPEG para video.

La codificación sub-banda es una técnica para comprimir imágenes; inicialmente la imagen a comprimir se descompone en varias imágenes que contienen un rango limitado de información de la imagen original. Este proceso se denomina **Filtrado**, y las imágenes obtenidas son llamadas sub-bandas, obteniéndose como resultado una eliminación de píxeles. Dependiendo del criterio utilizado se eliminan todos los píxeles pares o los nones, tanto de las columnas como de los renglones de cada una de las sub-bandas; este proceso se conoce como **Submuestreo**.

La etapa donde se realiza el filtrado y el submuestreo es llamada **Análisis**.

Hasta este punto aún no se ha comprimido la imagen, solo se ha aplicado una transformación para cambiar su organización. Esto permite analizar desde otro punto de vista la imagen, sin que se haya perdido información de importancia. Ahora se debe elegir un método para codificar las imágenes generadas y comprimir la imagen. El codificar la imagen significa analizar toda la información contenida en ella y reinterpretarla, a modo que los datos a almacenar o a transmitir sean los mínimos posibles para reconstruir la imagen original, empleando un código para tal efecto. El objetivo del código es el poder representar un gran conjunto de información (símbolos, números, dibujos, palabras, etc.) con otro conjunto de menor tamaño; el utilizar un código

para esta representación es llamado **Codificación**.

Ya que las imágenes obtenidas en el filtrado están perfectamente definidas, se puede utilizar un código diferente para cada una, o el mismo, según convenga.

Una vez que se ha codificado (o comprimido) la imagen, la información se puede almacenar o transmitir por cualquier método; sin embargo, el esquema no está completo hasta que se pueda reconstruir la imagen original.

El proceso de reconstrucción se denomina **Decodificación**, es decir de la información comprimida recuperar la versión original. Una vez que se ha aplicado la decodificación se tiene la imagen separada en sub-bandas y submuestreadas. El submuestreo consistió en eliminar tanto renglones como columnas ya sea pares o impares; por lo que ahora se requiere reponer esos datos. Así, se insertan ceros en los lugares correspondientes a las columnas y renglones faltantes, llamándosele a esto **Sobremuestreo**. Nuevamente se realiza el procedimiento de Filtrado a cada sub-banda, para finalmente sumar pixel a pixel todas las sub-bandas y obtener la imagen original.

La etapa donde se realiza el sobremuestreo, filtrado y suma de las sub-bandas (la reconstrucción de la imagen comprimida) se llama **Síntesis**.

Cabe señalar que la imagen reconstruida tiene pérdidas, pero dado que la visión humana no es perfecta, no se aprecian cambios significativos en el aspecto de la imagen reconstruida, si se le compara con la imagen original.

Se emplean los términos de banda y sub-banda debido a que la información contenida en la imagen se puede

concebir como un conjunto de frecuencias, organizadas para formar un espacio o área (en este caso el plano de la imagen). En telecomunicaciones se llama banda al rango de frecuencias de operación de un equipo (radio, televisión, etc.), y las sub-bandas son pequeños rangos comprendidos en la banda original. Transportando esta noción al tema de imágenes, la banda correspondería a toda la imagen por comprimir, considerando que su información (todos los valores de sus píxeles) equivale a un rango de frecuencias. Como el proceso indica una separación en imágenes complementarias, cada una de ellas (al tener un pequeño rango de información) se considera como sub-banda.

De forma esquemática, el proceso completo de codificación se puede resumir en tres etapas:

- a) Análisis.
- b) Codificación.
- c) Síntesis.

Existen varias formas para desarrollar este esquema de compresión de imágenes; una de ellas es el empleo de la *Transformada Wavelet Discreta* (DWT - Discrete Wavelet Transform), con su contraparte, la *Transformada Wavelet Discreta Inversa* (IDWT-Inverse Discrete Wavelet Transform).

La Transformada wavelet satisface los requerimientos de la etapa de Análisis, mientras que la Transformada Wavelet Inversa corresponde a la Síntesis.

---

### TRANSFORMADA WAVELET

---

La idea fundamental tras las wavelets es el análisis de acuerdo a una escala. Las wavelets son funciones que satisfacen ciertos requerimientos matemáticos y se usan para represen-

tar datos u otras funciones. Esta idea no es nueva, la aproximación usando superposición de funciones ha existido desde principios del siglo XIX, cuando Joseph Fourier descubrió que se podía superponer senos y cosenos para representar otras funciones. Sin embargo, en el análisis con wavelets, la escala que se emplea para analizar los datos juega un rol especial. Los algoritmos con wavelets procesan los datos a diferentes escalas o resoluciones. Si se observa una señal a través de una ventana grande, se pueden apreciar las características más gruesas. Similarmente, si se observa la misma señal con una ventana más pequeña, se aprecian los detalles más pequeños.

Esto hace a las wavelets interesantes y útiles; por muchas décadas los investigadores han querido obtener funciones más apropiadas que los senos y cosenos, base del análisis de Fourier, para analizar señales con picos muy agudos, en las que el resultado obtenido por este método es malo. En estas aplicaciones las wavelets entregan mejores resultados.

Las personas que empiezan a trabajar con wavelets frecuentemente se preguntan, ¿porqué no usar los métodos tradicionales de Fourier?. Existen importantes diferencias entre ambos análisis: las funciones base de Fourier están localizadas en frecuencia pero no en tiempo, los pequeños cambios en las frecuencias en la transformada de Fourier siempre producen cambios en el dominio del tiempo. Las wavelets están bien localizadas tanto en frecuencia/escala (por medio de dilataciones) y en tiempo (por medio de traslaciones). Esta localización es una ventaja en muchos casos.

El nombre de *wavelet* viene del requerimiento de que estas funciones deben ser integradas a cero (el valor obtenido al integrar esta función debe ser cero), «ondeando» (*waving*) arriba

y abajo del eje  $x$ . Otros requerimientos son técnicos, pues debe asegurarse rapidez y facilidad de cálculo en las transformada wavelet directa e inversa. Existen muchos tipos de wavelets: suaves, con soporte compacto, con expresiones matemáticas simples, con filtros asociados simples, etc; la más simple es la *Wavelet Haar*.

La transformada wavelet tiene las siguientes características:

- Una wavelet es una forma de onda con una duración efectiva limitada, de valor promedio cero.
- Comparando las wavelets con las ondas cosenoidales del análisis de Fourier, éstas no tienen una duración limitada, y se extienden de un mínimo al infinito. Las ondas cosenoidales son suaves y predecibles, mientras que las wavelets tienden a ser irregulares y asimétricas.
- El análisis de Fourier consiste en segmentar una señal en ondas de varias frecuencias; similarmente en el análisis con wavelets se separa una señal en versiones desplazadas y escaladas de la wavelet original.
- Las señales con cambios más abruptos se analizan mejor con una wavelet irregular que con una senoide suave.

Desde un punto de vista matemático, el procedimiento del análisis wavelet es adoptar una *función prototipo*, llamada *de análisis madre*, y una *función de escalamiento* también llamada *ecuación básica de dilatación o recursión fundamental*. De estas dos expresiones se obtiene un sistema de ecuaciones; en el cual se sustituyen *prototipos de la clase de funciones básicas ortonormales*. Aquí se calculan varios coeficientes

( $a_k$ ) que satisfacen al sistema de ecuaciones; dependiendo de las ecuaciones y de la función básica utilizada, el sistema se vuelve complejo o sencillo, por lo que se tiene un número diferente de coeficientes. Estos coeficientes deben cumplir con ciertos requisitos para ser considerados como wavelets; una vez cubiertos se dispone de un sistema wavelet.

Cuando se crea un sistema wavelet, se puede utilizar para expandir una función, que en este caso puede ser una señal o una imagen. El expandir esta función significa representar toda su información de interés en diferentes niveles de resolución, es decir, se hace una descomposición de la información y se reordena. Los datos contenidos en los diferentes niveles en conjunto son la información necesaria para reconstruir la función. Si se calculan los coeficientes usando productos internos, si el sistema tiene soporte compacto y si se establece un grado de dilatación en la función de expansión, ésta se simplifica.

La condición de soporte compacto implica que los coeficientes calculados sean un número finito de valores diferentes de cero.

En 1985, Stephane Mallat le dio a las wavelets un nuevo salto, ya que en su trabajo sobre el procesamiento digital de señales descubrió algunas relaciones entre los filtros espejo en cuadratura (QMF - Quadrature Mirror Filter), los algoritmos piramidales y las bases ortonormales de wavelets. Mallat demostró que el árbol o algoritmo piramidal puede aplicarse a la transformada wavelet usando los coeficientes wavelets como los correspondientes a un par de filtros QMF.

Inspirado en parte en estos resultados, Y. Meyer construyó las primeras wavelets no triviales, esto es, que los coeficientes obtenidos en la solu-

$$f(t) = \sum_{k \in Z} a_k f(2t - k)$$

Función de escalamiento

$$\Psi(t) = \sum_{k \in Z} (-1)^k a_{k+1} f(2t + k)$$

Función básica

$$f_{j,k}(t) = 2^{j/2} f(2^j t - k) \quad ; j, k \in Z$$

$$\Psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \Psi(2^j t - k)$$

Clase de funciones básicas ortonormales

$$\sum_{k \in Z} a_{2k} = 1$$

$$\sum_{k \in Z} a_{2k+1} = 1$$

$$\sum_{k \in Z} a_k a_{k+2l} = 0$$

$$\sum_{k \in Z} a_k a_k = 2$$

Condiciones que deben cumplir para ser un sistema wavelet

**Figura 2. Sistema Wavelet**

ción son diferentes de cero, pero sin tener un soporte compacto (que sea un número finito). Ingrid Daubechies utilizó el trabajo de Mallat para construir un conjunto de funciones básicas ortonormales wavelet; donde descubrió que la transformada puede ser implementada con un par de filtros de Respuesta a Impulso Finito (FIR – Finite Impulse Response) especialmente diseñados. Este par de filtros FIR son el par QMF señalado por Mallat.

**FILTROS**

Un filtro, en procesamiento digital de señales, es un dispositivo que a partir de una señal de

interés permite seleccionar una frecuencia o conjunto de frecuencias deseadas, mientras que las frecuencias restantes son bloqueadas.

Existen diversos tipos de filtros, pero para efectos de este trabajo solo son de interés dos: los filtros pasa-bajas y los filtros pasa-altas. Una característica general de los filtros es que poseen una o varias frecuencias de corte, es decir, las frecuencias a partir de donde el filtro limita su rango de funcionamiento.

El filtro pasa-bajas es aquel que bloquea todas las frecuencias mayores a la de corte, y permite el paso a todas aquellas menores.

Por el contrario el filtro pasa-altas es aquel que bloquea las frecuencias menores a la de corte, permitiendo todas aquellas mayores.

La principal característica de los filtros FIR es el presentar una respuesta de duración finita a un impulso unitario. Además, se pueden implementar utilizando técnicas recursivas y no recursivas, pero es práctica común la utilización de estas últimas.

$$g(t) = \sum_{l \in Z} c(l) f_l(t) + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k \in Z} d(j,k) \Psi_{j,k}(t)$$

Sistema Wavelet expandiendo una señal g(t).

$$c(l) = \langle f_l | g \rangle = \int g(t) f_l(t) dt$$

$$d(j,k) = \langle \Psi_{j,k} | g \rangle = \int g(t) \Psi_{j,k}(t) dt$$

Los coeficientes se calculan con productos internos.

$$g(t) = \sum_{l \in Z} c(l) f_l(t) + \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k \in Z} d(j,k) \Psi_{j,k}(t)$$

Si el sistema wavelet tiene soporte compacto y se establece un límite superior sobre el grado de dilatación, la ecuación de expansión toma esta forma.

**Figura 3. Sistemas Wavelet y expansión de funciones**

La característica que se desea que el filtro presente está determinada por el tipo y número de coeficientes utilizados. La forma general de un sistema lineal invariante en tiempo FIR de salida y[k] a un tiempo k está dada por:

$$y[k] = \sum_{n=0}^{N-1} h[k] x[k-n]$$

donde h[k] es la respuesta impulso del sistema, o bien los coeficientes que describen el efecto deseado en el mismo.

La relación que encontró Daubechies respecto a la implementación con filtros FIR fue la siguiente:

La función escalamiento:

$$f(t) = \sum_{k \in Z} a_k f(2t - k)$$

es idéntica con respecto a la fórmula general para un filtro FIR y[k], excepto por un coeficiente (2), insertado en la función de escalamiento. Esto indica que la salida solo tomará los valores pares o impares de la señal transformada (que correspondería a un submuestreo por 2 o decimación por 2). Obviamente, en el proceso inverso se requiere realizar el sobremuestreo por 2.

Las a<sub>k</sub> corresponden a los coeficientes que se utilizan para un filtro FIR pasa-bajas.

De la función básica:

$$\Psi(t) = \sum_{k \in Z} (-1)^k a_{k+1} f(2t + k)$$

se toma el mismo razonamiento que el anterior.

Las (-1)<sup>k</sup>a<sub>k+1</sub> corresponden a los coeficientes del filtro FIR pasa-altas. Nótese como cambia el signo de los coeficientes a<sub>k</sub> respecto a la relación (-1)<sup>k</sup>.

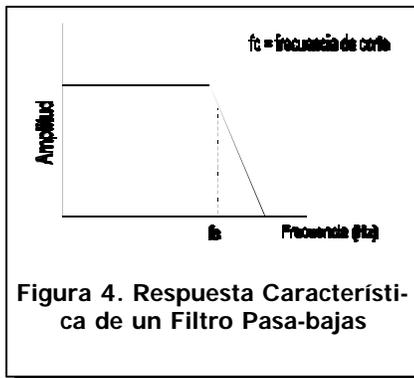


Figura 4. Respuesta Característica de un Filtro Pasa-bajas

Para la reconstrucción se usan los mismos filtros, pero aplicados en orden inverso y cambiando el signo original.

La forma práctica de observar como funciona la transformada wavelet es a través de filtros, especialmente con un *banco de filtros* (un conjunto ordenado de filtros en cascada) para la transformada wavelet. De esta misma forma se puede modelar el comportamiento de la transformada wavelet.

---

**TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA  
(DWT - DISCRETE WAVELET  
TRANSFORM)**

---

El banco de filtros de *un nivel* para la transformada wavelet discreta consiste en dos filtros, uno pasa-bajas y otro pasa-altas, teniendo a la salida de cada uno un submuestreador (down-sampler). A la entrada de cada filtro se aplica la señal o imagen a analizar; los coeficientes están relacionados con la

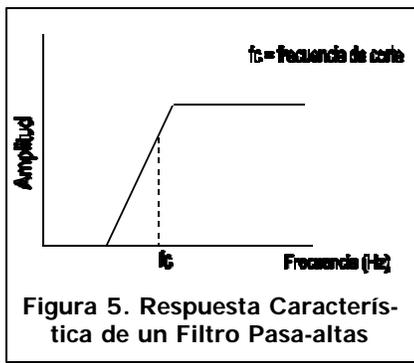


Figura 5. Respuesta Característica de un Filtro Pasa-altas

wavelet empleada, mientras que los submuestreadores eliminan la mitad de la señal de entrada. Así, a la salida de cada submuestreador se tiene una señal reducida de la versión original; la primera contiene una buena aproximación de la señal (salida del filtro pasa-bajas), mientras que el filtro pasa-altas genera una señal con los detalles de la imagen original.

De esta forma, la transformada wavelet permite analizar (sintetizar o descomponer) la señal en sub-bandas, las que al codificarse satisfacen la etapa de Análisis de Codificación Sub-banda

---

**TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA  
INVERSA (IDWT-INVERSE DISCRETE  
WAVELET TRANSFORM)**

---

Para reconstruir la señal se emplea la *Transformada Inversa Wavelet* (IDWT - Inverse Discrete Wavelet Transform), en la que a cada sub-banda se aplica un sobremuestreador (upsampler) y el resultado se filtra, sumándose las sub-bandas conforme al orden que se siguió en la descomposición. La característica de los filtros está dada por la wavelet que se empleó en la descomposición; el sobremuestreo y el filtrado en esta etapa son una forma de interpolar los valores que anteriormente fueron submuestreados.

Así funcionaría el esquema para un sistema con señales en forma unidimensional; para el caso de imágenes se tendría que aplicar en forma bidimensional, es decir, sobre los ejes X y Y. Como se mencionó anteriormente, una imagen se representa por medio de píxeles en la computadora; cada píxel está asociado a una columna y un renglón.

Para procesar la información de una imagen se procede como sigue:

primero se aplica la DWT a cada una de las columnas y, posteriormente, a los valores obtenidos se aplicará la DWT para cada uno de los renglones.

Como resultado de la DWT se obtienen cuatro imágenes: Una de ellas contendrá los valores de aproximación, es decir, la definición de la forma, el color, y parte de la textura (Imagen a); las otras imágenes corresponden a los detalles en forma vertical (Imagen v), en forma horizontal (Imagen h) y en forma diagonal (Imagen d).

Para reconstruir se aplica la IDWT primeramente sobre las imágenes a y h, formando una nueva imagen, T0. Después se aplica la IDWT a d y v, generándose D0. Finalmente se aplica a D0 y T0, con lo que se obtiene la imagen reconstruida.

En las **figuras 6 y 7** se muestran los procesos DWT e IDWT sobre una imagen, y en las **figuras 8 y 9** la aplicación de dichos algoritmos en una imagen real.

---

**CARACTERÍSTICAS DE LOS FILTROS**

---

A diferencia de la compresión en audio, los filtros para codificación sub-banda en imágenes no necesitan un alto rechazo fuera de la banda seleccionada; sin embargo, existen algunas otras restricciones:

*Fase Lineal:* En el filtrado regular de imágenes, la necesidad por la fase lineal es bien conocida, ya que sin ella la distorsión sobre los bordes es notoria. Por esta razón, se requiere el uso de filtros de fase lineal en codificación sub-banda.

*Ortogonalidad:* Los filtros ortogonales tienen la facultad de que, cuando se implementa la transformada, ésta es unitaria entre la entrada y

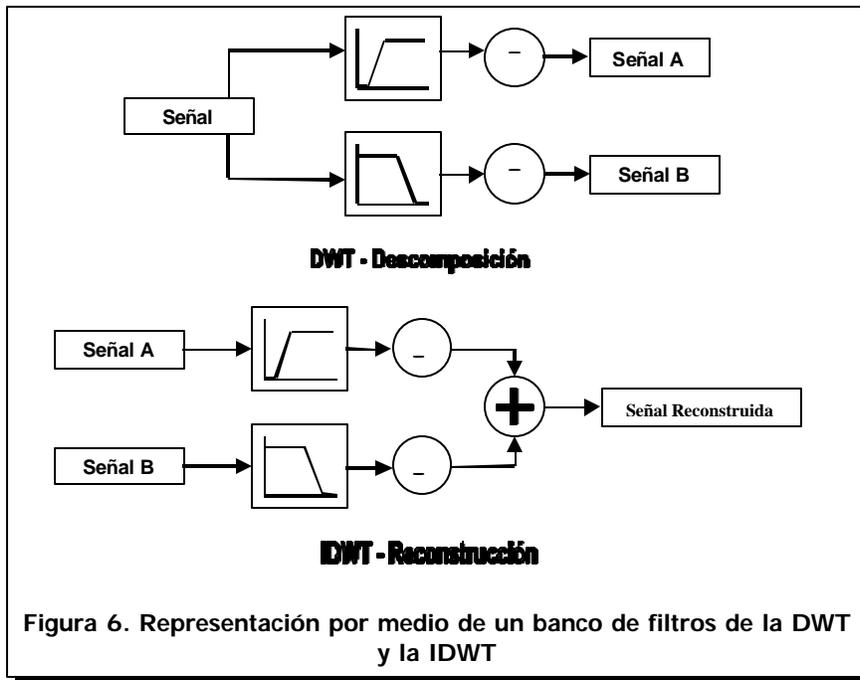


Figura 6. Representación por medio de un banco de filtros de la DWT y la IDWT

las sub-bandas. Esta característica permite que se conserve la energía sin distorsiones. En el caso no ortogonal, esto no ocurre, por lo que los algoritmos para designación de bits no pueden ser usados directamente. Observe que un banco de filtros FIR de fase lineal bien diseñado (con un buen rechazo fuera de banda) regularmente tiende a ser ortogonal, y por ello se aproxima satisfactoriamente.

**Tamaño del filtro:** El tamaño del filtro se refiere al número de coeficientes que se necesitan para implementarlo; para filtros grandes se requiere de un buen rechazo fuera de la banda o una alta regularidad. Además de su complejidad computacional, los filtros de gran tamaño se evitan usualmente porque tienden a expandir los errores de codificación. Por ejemplo, los bordes más finos introducen mayor distorsión, ya que los canales de alta frecuencia son cuantizados burdamente. Si los filtros son grandes (y usualmente su respuesta impulso tiene muchos cambios de signo), esto causa un efecto molesto conocido como *ringing* (introduce un ruido periódico) alrededor de los bordes. Por esta razón, los filtros usados

en compresión sub-banda de audio, tales como los filtros de 32 etapas de longitud, son demasiado largos para compresión de imágenes; esto hace que se prefieran filtros cortos.

**Regularidad:** Un filtro ortogonal con un cierto número de ceros en la frecuencia de aliasing ( $p$  en el caso de dos canales) es llamado regular si sus iteraciones tienden a una función regular.

La importancia de esta propiedad para la codificación es que se divide en dos partes cuando la descomposición es cíclica. Los resultados son interesantes: se desea regularidad (el desempeño sin ella es pobre), a la vez que a mayor regularidad mejor compresión.

Si el filtro usado realiza un filtrado suave, al producirse las iteraciones será menos notable que si se utilizara una función altamente irregular.

En el caso de los sistemas biortogonales, tales como los bancos de filtros FIR de fase lineal, usualmente se enfrenta el caso donde el análisis o la síntesis son regulares, pero no

ambos. En tal caso, es preferible usar un filtro regular en la síntesis, por el mismo argumento mostrado anteriormente. Visualmente, un análisis irregular es menos notable que una síntesis irregular.

Cuando la descomposición no tiene iteraciones, la regularidad no es importante.

**Selectividad de la Frecuencia:** Lo que constituye el criterio más significativo en el diseño de filtros en codificación sub-banda de audio, es lo menos importante en la compresión de imágenes. El *Aliasing*, que es el mayor problema en audio, es menos molesto en la compresión de imágenes. El uso de filtros de longitud limita la frecuencia y la selectividad de la misma. Una ventaja de la selectividad de la frecuencia es que los pesos perceptuales de errores son menores, y los errores serán confinados a la banda donde ocurren.

En conclusión, la codificación sub-banda de imágenes requiere de filtros cortos o con pocos coeficientes, que filtren de una manera suave, con poca regularidad si la descomposición se va a iterar.

Se tiene la forma de obtener los coeficientes que convengan a un diseño en particular; de hecho, se pueden aplicar los métodos tradicionales para el diseño de filtros FIR, pero para considerar que se están empleando coeficientes wavelets, estos deben cumplir con las condiciones ya citadas. Existen diferentes tipos de wavelets, y cada uno presenta ventajas y desventajas; entre ellos están:

- a) Wavelet de Morlet.
- b) Wavelet del Sombrero Mexicano (Mexican Hat Wavelet).
- c) Wavelet de Haar (esta es la más básica de todas).
- d) Wavelet de Daubechies.
- e) Wavelets de Symlets.

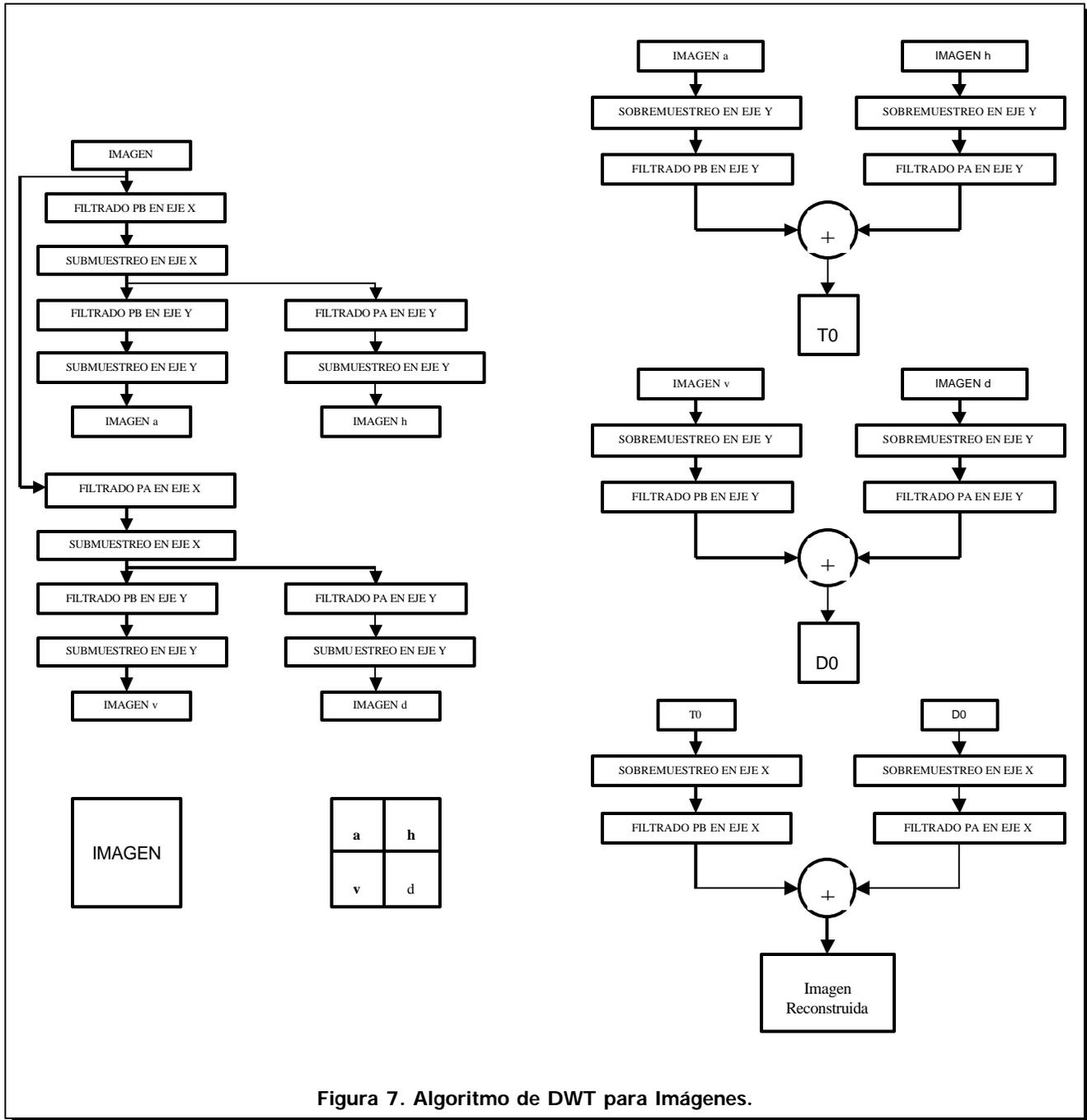


Figura 7. Algoritmo de DWT para Imágenes.

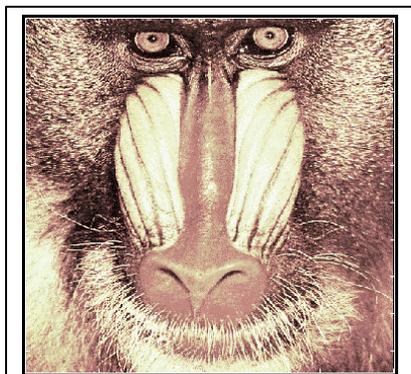


Figura 8. Imagen Original

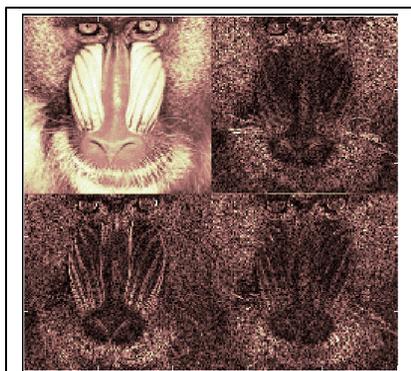


Figura 9. Imagen en el dominio de la DWT

- f) Wavelets de Coiflets.
- g) Wavelets Biortogonales de funciones Splines.

En la **figura 10** se muestra una tabla con algunas características de los diferentes tipos de wavelets.

Para los fines de este trabajo se utilizaron la wavelet de Daubechies y los resultados del artículo «Wavelet Filter Evaluation for Image Compression» [1], en donde se publicaron los coeficientes que cumplen con las características idóneas presentadas; en la **Tabla 1** se presenta la transcripción de esta tabla. En la **Tabla 2** están los coeficientes para la wavelet de Daubechies.

### CODIFICACIÓN DE LA IMAGEN

Una vez que se ha analizado la imagen y se ha descompuesto en sub-bandas, a estas se les puede codificar con uno o varios códigos.

La intención de la codificación es encontrar otra forma de expresar los símbolos con la información de una fuente (en este caso de una imagen), con otros símbolos para emplear una menor cantidad de información, pero siempre y cuando permita recuperar la información en su forma original.

En la parte de codificación existen dos grandes categorías: la Codificación de Longitud Fija y la de Longitud Variable. En la codificación fija cada símbolo existente en la imagen se reemplaza con el mismo número de bits. En este caso es esencial el empleo de un buen cuantificador. Un ejemplo de esta codificación es el algoritmo de Lloyd-Max, utilizado para construir una tabla que da el error mínimo de cuantificación en la norma de la media cuadrada.

En la codificación de longitud variable, se asignan las palabras de código más cortas a los símbolos más frecuentes, y las más largas a los de menor frecuencia. Los métodos más populares de este tipo son la Codificación Huffman y la Aritmética.

### IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA

La implementación está planteada para una *tarjeta coprocesadora*, para conexión al Bus de una micro-computadora (PC); el procesador en dicha tarjeta es un DSP (Digital Signal Processor - Procesador Digital de Señales) de la familia de Texas Instruments, el TMS320C50. Este tipo de procesadores tiene una arquitectura

dedicada para realizar operaciones aritméticas en un ciclo de máquina, además de realizar transferencias de datos en un tiempo significativamente menor comparado con otros procesadores. Estas características hacen idóneo al DSP para el filtrado. El algoritmo de codificación sub-banda que se está implementando requiere de varios tipos de filtros, tanto para la etapa de análisis como para la de síntesis.

La imagen a comprimir se encuentra en la memoria de la PC anfitriona, por lo que se tendrá una región de esta memoria que se mapeará con la memoria compartida de la tarjeta huésped. La tarjeta huésped se encargará de comprimir la imagen o procesar las secciones que se le envíen. En la **figura 11** se tiene un diagrama a bloques del sistema.

La tarjeta tiene dos regiones de memoria RAM: una memoria local, que solo podrá acceder el DSP, y una memoria compartida que estará mapeada también en la PC. El mapeo de la memoria compartida del DSP en la memoria de la PC tiene como objeto funcionar como puente de comunicación entre el huésped y el anfitrión. Así, cuando la PC escribe a esta parte de la memoria, la información estará disponible inmediatamente para el DSP. Por otra parte, si el DSP escribe datos en su memoria compartida, la PC podrá acceder a la información inmediatamente.

Así mismo, la tarjeta coprocesadora se encarga de descomprimir y recuperar la imagen, para dejarla en memoria, y que la PC anfitriona se encargue de su presentación.

La computadora huésped realiza la lectura, despliegue y almacenaje de la imagen, proporcionando una interfaz amigable para controlar la interacción entre ella y la tarjeta coprocesadora.

La ventaja de utilizar un sistema de coprocesamiento es reducir el tiempo requerido para la realización de operaciones matemáticas, en este caso multiplicaciones y sumas; si el sistema lo requiere, se puede optimizar para funcionamiento en tiempo real.

El bus de interconexión para la tarjeta coprocesadora es tipo PCI, basado en un circuito integrado (CI) de la empresa AMCC. Este CI proporciona toda la circuitería necesaria para el control y decodificación de direcciones y datos.

Es conveniente señalar que se está trabajando con imágenes en tonos de grises, ya que es la mejor manera de entender como se implementan estos algoritmos; existe la posibilidad de implementarlos para imágenes a color, si se resuelven algunos problemas con la programación.

#### ARQUITECTURA DEL Tms320c50

El filtrado de señales por cualquier método es la aplicación más común de los DSP. Estos no solamente permiten el diseño de filtros con consistencia reproducible y características definidas, sino que la facilidad y flexibilidad de la implementación de un filtro complejo no tiene paralelo.

La familia TMS320 consiste de dispositivos de 16 bits de punto fijo y de 32 bits de punto flotante; estos procesadores poseen la flexibilidad operacional de los controladores de alta velocidad, y la capacidad numérica de los procesadores de arreglo.

Esta familia incluye 6 generaciones: C1x, C2x, C3x, C4x, C5x y C6x (la última de reciente aparición). Las familias C1x, C2x y C5x son de punto fijo, y las C3x y C4x son de punto flotante; todas ellas tienen un núcleo interno de CPU y una amplia variedad de configuraciones de memoria y periféricos.

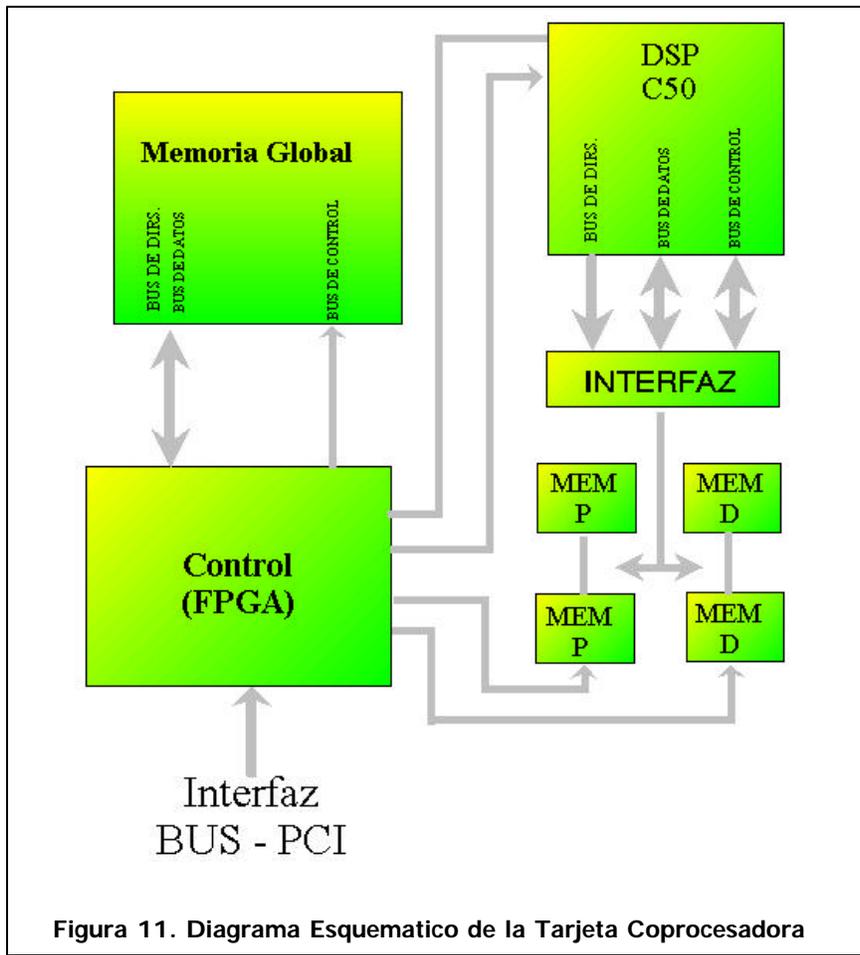
#### DESCRIPCIÓN GLOBAL DE LA GENERACIÓN Tms320c5x

La generación C5x consiste de los dispositivos C50, C51 y C53, y el diseño de su arquitectura está basado en la del C25. La combinación de arquitectura Harvard avanzada (buses separados para memoria de programa y memoria de datos), periféricos adicionales e incremento de la memoria en el circuito, y un conjunto de instrucciones altamente especializado, es la base de su flexibilidad operacional y de su velocidad.

Los dispositivos C5x pueden ejecutar más de 20 MIPS (millones de

instrucciones por segundo). En la **figura 12** se muestran las principales características de esta generación. Además, los procesadores C5x presentan las siguientes características funcionales:

- Tiempo de ejecución de instrucciones de punto fijo en un solo ciclo de 35-/50-ns (28.6/20 MIPS).
- Compatibilidad de código fuente con los dispositivos C1x y C2x.
- Operación basada en memoria RAM (C50).
- RAM de programa/datos en el circuito, con un solo ciclo de 9K x 16 bits. (C50)
- ROM de arranque integrada de un solo ciclo de 2K x 16 bits.(C50)
- RAM de datos de acceso dual interna de 1056 x 16 bits.
- Espacio máximo de memoria externa direccionable de 224K x 16 bits (64K de programa, 64K de datos, 64K de puertos, y 32K global).
- Unidad Aritmético Lógica (ALU), Acumulador (ACC) y Buffer del acumulador (ACCB) de 32 bits cada uno.
- Unidad Lógica Paralela (PLU) de 16 bits.
- Temporizador de intervalos con registros de periodo, de control y



de conteo para detención de software, inicio y reset.

- Multiplicador paralelo de 16 x 16 bits, con una capacidad de producto de 32 bits.
- Instrucciones de un solo ciclo para multiplicar/acumular.
- Ocho registros auxiliares con una unidad aritmética dedicada para direccionamiento indirecto.
- Once registros contexto-conmutador (registros sombra, shadow registers) para almacenar registros estratégicos controlados por el CPU durante una rutina de servicio a interrupción.
- Pila de hardware (stack) de ocho niveles.
- Registros de corrimiento circular hacia la izquierda o derecha de 0 a 16 bits, y corrimiento de datos incremental de 64 bits.

- Dos buffers circulares direccionados indirectamente para direccionamiento circular.
- Operaciones de repetición de una sola instrucción y de repetición por bloques para código de programa.
- Instrucciones de movimiento de bloques de memoria para mejorar el manejo de programa/datos.
- 64K de puertos paralelos, 16K de los cuales están mapeados en memoria.
- 16 generadores de estados de espera programables por software, para espacios de memoria de programa, datos, y puertos.
- Direccionamiento indexado.
- Direccionamiento indexado de bit-reversing para FFTs de raíz-2.
- Generador de reloj interno.

### Bus PCI

En la primavera de 1991, Intel Corp. empezó a trabajar sobre el Bus PCI, básicamente sobre el nivel de sistema, donde el ancho de banda de Entrada/Salida de los buses existentes no mantenía la velocidad correspondiente a la del CPU; esta velocidad continuaba cayendo conforme las nuevas tecnologías estaban disponibles (por ejemplo 486/Pentium/P6, etc). El Bus ISA (Industry Standard Architecture o AT) limita severamente la transferencia de datos, mientras que los estándares EISA (Extended ISA) y Micro-Canal (MCA, Micro Channel) no habían sido vistos como un remplazo efectivo o económico para ISA. Para añadir funcionalidad a una computadora personal por medio de tarjetas de expansión, se presentaban varios problemas, tales como el conflicto de direcciones y de interrupciones (IRQs), obligando a los usuarios a configurar los interruptores tanto de la tarjeta como de la configuración del sistema.

Bus	Ancho en Bits	Frecuencia (MHz)
IBM (PC)	8	4.77
IBM PC-AT	16	6.8
MCA (IBM PS/2)	16/32	10
EISA	32	8
VL BUS	32	33
PCI Bus	32	33

Los objetivos de la creación de este tipo de bus contemplan no solo un mejor desempeño en cuanto a direccionamiento, sino también la flexibilidad de uso. Otros objetivos considerados son:

- Alto desempeño, mayor a 100 mega bytes (MB) sostenibles.
- Bajo costo (en términos de una baja cuenta de uso de pines y el poco uso de lógica de pegamento)
- Fácil de usar (configuración automática)
- Compatibilidad de software

- Control Total de Bus (espacio de direcciones lineal).
- Interoperabilidad/confiabilidad (Las tarjetas de expansión son compatibles en cualquier sistema PCI)

El PCI es un bus síncrono de alto desempeño, que opera tanto para 33 o 66 MHz. Para reducir la cuenta total de pines (y el costo) de implementación, las líneas de direcciones y de datos están multiplexadas. Los usuarios pueden definir el direccionamiento tanto para 32 como para 64 bits, haciendo que los datos también puedan definirse de la misma manera. Esta flexibilidad permite varias configuraciones:

palabra/reloj	transferencia
32 bits/33 MHz	132 MB/s
32 bits/66 MHz	264 MB/s
64 bits/33 MHz	264 MB/s
64 bits/66 MHz	528 MB/s

Las señales están definidas para activarse en el flanco ascendente del reloj, exceptuando unas pocas señales asíncronas (tal como RESET). Las transferencias de datos son de longitud variable, pudiendo ser definidas para optimizar la posesión del bus por cualquier otro *Master*. La latencia del bus está definida en términos de una transferencia de registro a registro sobre el mismo. La compatibilidad del software está asegurada, ya que no existen direcciones fijas o peticiones de interrupción para cualquier recurso de PCI.

La operación del sistema está en

Dispositivo	Memoria en chip			Puertos I/O		Tiempo de ciclo (ns)
	RAM		ROM	Serie	Paralelo	
	Datos	Datos + prog	prog			
TMS320C50	1k	9k	2k	2	64k	50/35
TMS320C51	1k	1k	8k	2	64k	50/35
TMS320C53	1k	3k	16k	2	64k	50/35

Figura 12. Características de la generación C5x de DSP's

relación con el software y al uso de la configuración del espacio de memoria y de los comandos, lo cual puede sonar familiar en términos de la arquitectura Plug and Play (PnP - Instalar y ejecutar). PCI actúa como base para la arquitectura de PnP; el uso de la configuración de direcciones no consume memoria o espacio de I/O (puertos), y permite a un dispositivo PCI solicitar los recursos que requiere (memoria, puertos, IRQ, etc.) sin el uso de *interruptores de configuración* o intervención del usuario.

**CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

La aplicación de nuevas técnicas de procesamiento digital, como la Transformada Wavelet, permite resolver en forma más sencilla problemas que anteriormente parecían presentar mayor complejidad.

Esta nueva herramienta tiene un gran potencial en el campo del procesamiento digital, ya que no solo se emplea para compresión de señales y de imágenes; también es muy útil en la supresión de ruido, análisis de señales en sismografía y electrocardiografía, detección de bordes en imágenes, y en general en aplicaciones donde la Transformada de Fourier no produce resultados satisfactorios. La Transformada Wavelet constituye la puerta de entrada para el campo del Análisis Multiresolución, donde los resultados obtenidos de la señal en

análisis se presentan con diferentes resoluciones.

El esquema de Codificación Sub-banda es una técnica de compresión muy versátil, que no solo se puede implementar con wavelets; de hecho, con diseñar filtros que se ajusten a la aplicación y cumplan con el requisito de ser filtros QMF (Quadrature Mirror Filter) es suficiente. Sin embargo, las ventajas que ofrece la Transformada Wavelet son mayores que las de los filtros QMF, considerando que los coeficientes de wavelets se pueden ajustar para formar un sistema QMF, sin que se pierdan las características de wavelets.

En la parte de codificación existe un criterio documentado para la elección del codificador de cada sub-banda. Debido a la complejidad de la implementación en hardware y los requerimientos de memoria, se ha optado por la utilización de los formatos de compresión GIF y JPG, que se realizan vía software por parte de la computadora huésped.

Como trabajo a futuro se plantea la implementación de este esquema de compresión, tanto en un DSP de mayor capacidad (DSP TMS320C40), como en tecnología de FPGAs (Field Programmable Gate Array), así como el empleo de criterios de codificación para cada sub-banda.

<b>REFERENCIAS</b>	
[1]	John D. Villasenor, Benjamin Belzer and Judy Liao, "Wavelet Filter Evaluation for Image Compression", IEEE Transactions on Image Processing, August, 1995.
[2]	"A friendly guide to wavelets". Gerald Kaiser. Ed. Birkhäuser
[3]	"Multirate digital signal processing". N. J. Fliege. Ed. John Wiley & Sons
[4]	"Subband image coding". John W. Woods. Ed. Kluwer Academic Publishers
[5]	"Practical digital image processing". Rhys Lewis. Ed. Ellis Horwood
[6]	"The image processing handbook". John C. Russ. Ed. CRC Press
[7]	"Digital image compression techniques". Majid Rabbani, Paul W. Jones. Ed. SPIE Optical Engineering Press
[8]	"Wavelets and subband coding". Martin Vetterli, Jelena Kovačević. Ed. Prentice Hall PTR
[9]	"The fast wavelet transform". Mac A. Cody. Dr. Dobbs's Journal, April 1992
[10]	"A successive approximation vector quantizer for wavelet transform image coding". Eduardo A. B. Da Silva, Demetrios G. Sampson, and Mohammad Ghanbari. IEEE Transactions On Image Processing, Vol. 5, No. 2, February 1996
[11]	"Wavelet filter evaluation for image compression". John D. Villa senor, Benjamin Belzer and Judy Liao. IEEE Transactions On Image Processing, August 1995
[12]	"Wavelet toolbox". Michel Misiti, Yves Misiti, Georges Oppenheim and Jean-Michel Poggi. Ed. The Math Works Inc.

**TABLA 1.**  
**LOS MEJORES BANCOS DE FILTROS PARA COMPRESIÓN DE IMÁGENES CON WAVELETS**

	Longitud	Coefficientes de Filtros (el origen es el coeficiente más a la izquierda, los coeficientes para índices negativos continúan por simetría.)	Regularidad	Referencias / Comentarios
H0	9	0.852699, 0.377402, -0.110624, -0.023849, 0.037828	1.068	Buen Desempeño
G0	7	0.788486, 0.418092, -0.040689, -0.064539	1.0701	
H0	13	0.767245, 0.383269, -0.068878, -0.033475, 0.047282, 0.003759, -0.008473	1.899	
G0	11	0.832848, 0.4481092, -0.069163, -0.108737, 0.006292, 0.014182	20324	
H0	6	0.788486, 0.047699, -0.129078	.0701	
G0	10	0.615051, 0.133389, -0.067237, 0.006989, 0.018914	2.068	
H0	5	1.060660, 0.353553, -0.176777	Diverge	Coeficientes Enteros <sup>1</sup>
G0	3	0.707107, 0.353553	1.000	
H0	2	0.707107, 0.707107	0.000	Coeficientes Enteros <sup>1</sup>
G0	6	0.707107, 0.088388, -0.088388	1.000	
H0	9	0.994369, 0.419845, -0.176777, -0.066291, 0.033145	0.830	Coeficientes Enteros <sup>1</sup>
G0	3	0.707107, 0.353553	1.000	
H0	2	0.707107, 0.707107	0.000	Base de Haar Coeficientes Enteros <sup>1</sup>
G0	2	0.707107, 0.707107	0.000	
H0	9	0.544089, 0.296844, 0.041409, 0.056710, 0.040100	1.919	Alta regularidad, pobre desempeño
G0	23	1.2680, 0.6337, -0.2967, -0.3712, 0.0072, 0.1098, 0.0116, -0.0212, -0.0027, etc.	3.437	

1 - Un solo factor de normalización puede ser elegido para hacer todos los coeficientes valores enteros.  
 • - Los filtros 7 y 8 dan un pobre desempeño pero son incluidos para ilustrar los siguientes puntos: el filtro 7 es la base de Harr y tiene una regularidad de cero. El filtro 8 es un filtro con una alta regularidad pero un desempeño para la compresión pobre, e ilustra que la regularidad sola no es suficiente criterio para elegir un filtro.

**TABLA 2.**  
**COEFICIENTES PARA LA WAVELET DE DAUBECHIES**

	Longitud	Coefficientes (Asimétricos)
D2	2	1.0, 1.0
D4	4	.683012701892, 1.18301270189, .316987298108, -.183012701892
D6	6	0.470467207784164, 1.141116915831444, 0.650365000526232, -0.190934415568327, -0.120832208310396, 0.049817499736884
D8	8	.325803428051, 1.010945715092, .892200138246, -.039575026236, .264507167369, .043616300475, .046503601071, -.014986989330
D10	10	.226418982583, .853943542705, 1.024326944260, .195766961347, -.342656715382, -.045601131884, .109702658642, -.008826800109, -.017791870102, .004717427938
D12	12	.157742432003, .699503814075, 1.062263759882, .445831322930, -.319986598891, -.183518064060, .137888092974, .038923209708, -.044663748331, .000783251152, .006756062363, -.001523533805
D14	14	.110099430746, .560791283626, 1.031148491636, .664372482211, -.2303513822463, -.316835011281, .100846465010, .114003445160, -.053782452590, -.023439941565, .017749792379, .000607514996, -.002547904718, .000500226853
D16	16	.076955622108, .442467247152, .955486150427, .827816532422, -.022385735333, -.401658632782, .000668194093, .182076356847, -.024563901046, -.062350206651, .019772159296, .012368844819, -.006887719256, -.000554004548, .000955229711, -.000166137261
D18	18	.053850349589, .344834303815, .855349064359, .929545714366, .188369549506, -.414751761802, -.136953549025, .210068342279, .043452675461, -.095647264120, .000354892813, .031624165853, -.006679620227, -.006054960574, .002612967280, .000325814672, -.000356329759, .000055645514
D20	20	.037717157593, .266122182794, .745575071487, .973628110734, .397637741770, -.353336201794, -.277109878720, .180127448534, .131602987102, -.100966571196, -.041659248088, .046969814097, .005100436968, -.015179002335, .001973325365, .002817686590, -.00969947840, -.000164709006, .000132354366, -.000018758416