

Generación de una Base de Reglas de Control "Fuzzy" de un Vehículo, Usando Datos Numéricos

M. C. Romeo Urbieto Parrazales
 Profesor e Investigador del CINTEC-IPN
Dr. Adriano de Luca
 Profesor e Investigador del CINVESTAV

Este artículo describe brevemente el método para generar la Base de Reglas "fuzzy" de un controlador, a partir de pares de Entrada-Salida deseados. Esto se logra coleccionando las reglas generadas y las reglas lingüísticas en una Base de Reglas "Fuzzy" Común, y construyendo un Sistema de Lógica "Fuzzy" final basado en una Base de reglas "Fuzzy" Combinada. El proceso a controlar es el modelo matemático, fuertemente no-lineal, del comportamiento de un vehículo. Para ilustrarlo se presentan 14 tablas de reglas generadas y de reglas lingüísticas, la base de reglas final combinada, y las respuestas del controlador de las reglas generadas.

Introducción

Supóngase que se genera un conjunto de datos de pares de entrada-salida a partir de las ecuaciones dinámicas del vehículo, de la forma : $(x_1^{(0)}, \phi_1^{(0)}; \theta_1^{(0)})$, $(x_2^{(1)}, \phi_2^{(1)}; \theta_2^{(1)})$, ..., donde x, ϕ son las entradas al controlador y θ es la salida del mismo, como se puede ver en la **figura 3**. Estas dos entradas simples y la salida única, se presentan para aclarar la idea básica de la nueva aproximación.

La meta es generar un conjunto de reglas "fuzzy" **Si-Entonces** des-

de los pares de datos de entrada deseados y usar estas reglas "fuzzy" para determinar un sistema lógico $f: (x, \phi) \rightarrow \theta$.

El desarrollo de esta investigación se llevó de la manera siguiente: primero se presenta una breve descripción del proceso y del controlador; segundo, se exponen 14 tablas de los resultados obtenidos, así como la simulación de las trayectorias del vehículo en diferentes condiciones iniciales y una condición final, junto con la tabla de Base de reglas "fuzzy" final para controlar el vehículo.

Descripción

Proceso

El proceso a controlar es un vehículo y está representado por el siguiente modelo cinemático aproximado, expresado por las siguientes ecuaciones no-lineales:

$$x(t+1) = x(t) + \cos[\phi(t) + \theta(t)] + \sin[\phi(t)] \sin [\theta(t)]$$

$$y(t+1) = y(t) + \sin[\phi(t)+\theta(t)] - \sin[\phi(t)] \cos [\theta(t)]$$

$$\phi(t + 1) = \phi(t) - \sin^{-1} [2\sin(\phi(t)) / b]$$

donde b es la longitud del vehículo y se asume que toma el valor de $b=4$. Un diagrama elemental de este modelo puede verse en la **figura 1**.

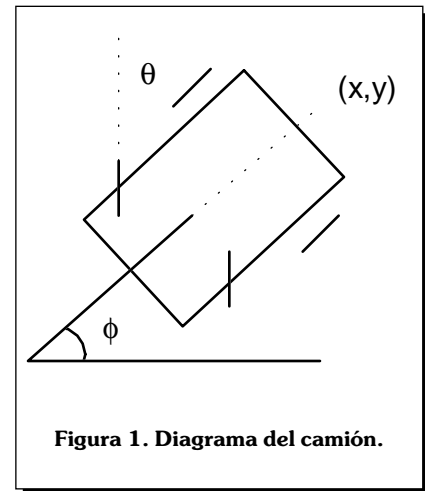


Figura 1. Diagrama del camión.

En la **figura 1**, ϕ es una variable controlada y representa el ángulo de dirección del vehículo, x es la otra variable controlada y es la distancia de la orilla al centro de la carretera, y θ es la variable manipulada e indica el ángulo de las llantas del vehículo. Visto en diagrama de bloques, el proceso del vehículo quedaría como en la **figura 2**.

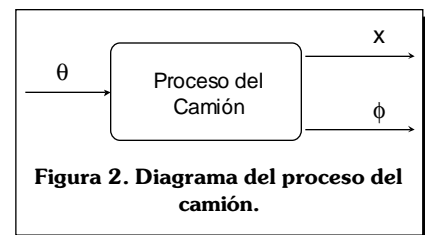
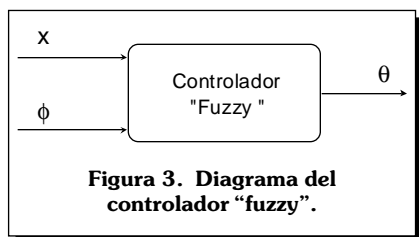


Figura 2. Diagrama del proceso del camión.

Controlador "fuzzy"

En el control del vehículo, θ representa la variable de salida, y (x, ϕ) la entrada al controlador (**figura3**).



Generando los Pares Deseados de Entrada-Salida (x,φ;θ)

La meta es diseñar un sistema de control tal que la entrada φ tenga un rango de [-90°, 270] con x en [0,20], la salida θ entre [-40°,40°], y los estados finales sean (x_f, φ_f)=(10,90°).

Para generar los pares deseados de entrada-salida bajo estos rangos de operación, se sigue el método de prueba y error: en cada etapa (dado x y φ) comenzando desde un estado inicial, se determina un control θ basado en el sentido común (esto es la experiencia propia de como controlar el ángulo de las ruedas del vehículo); después de algunas pruebas se encuentra el par de entrada-salida deseado correspondiendo a la trayectoria más óptima, usando un incremento de Δθ y un sentido adecuado de éste. Aquí se encontraron 14 diferentes Δθ y diferentes direcciones de θ.

Los siguientes estados iniciales se usaron para generar los pares de entrada deseados:

- (x₀, φ₀) = (1,0), (1,90), (1,270); (7,0), (7,90), (7,180), (7,270); (13,0), (13,90), (13,180), (13,270); (19,90), (19,180), (19,270)

Usando las ecuaciones no-lineales del proceso del vehículo y los datos anteriores, se efectuaron las simulaciones que se pueden observar en las **figuras (5 a 18)**, así como en las **tablas (1 a 14)**, correspondientes a los pares de entrada-salida deseados.

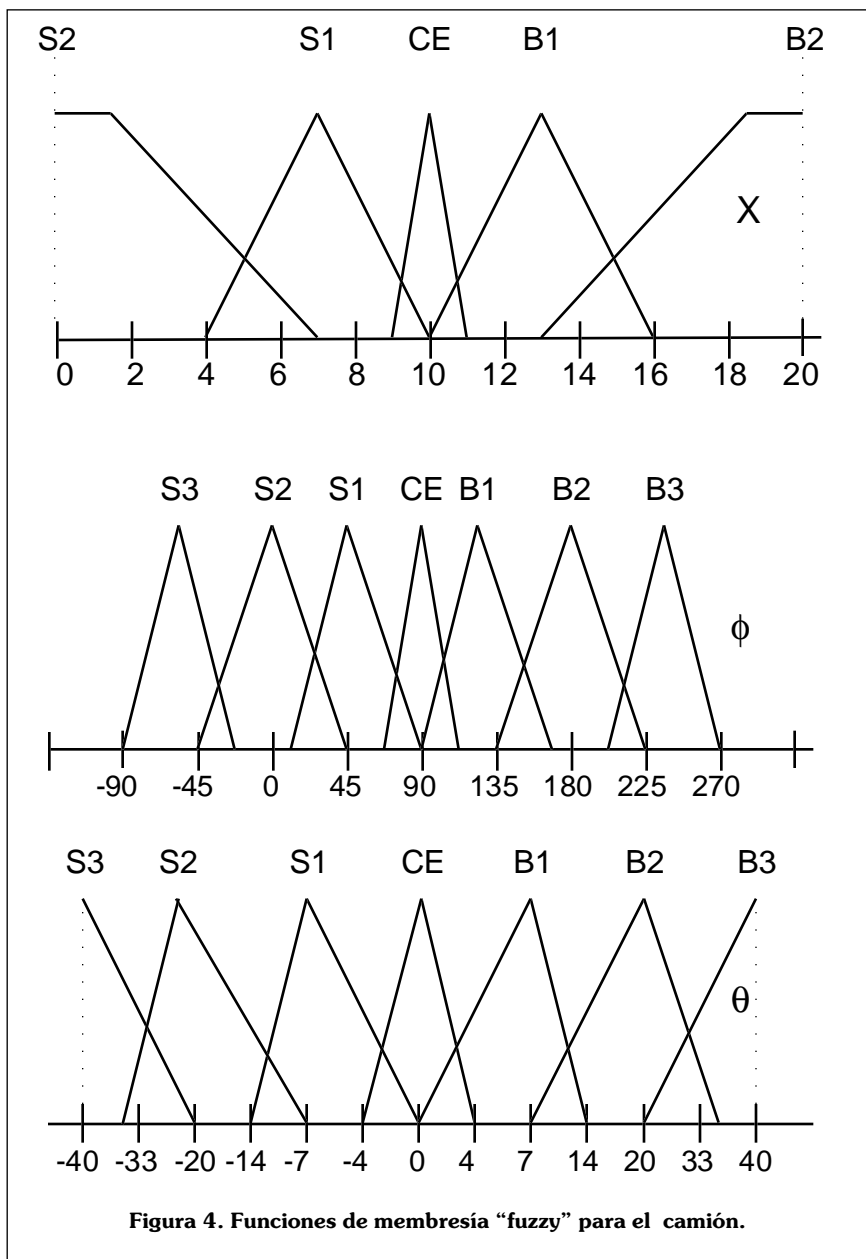
Base de Reglas Generadas a Partir de los Pares Deseados de Entrada-Salida y sus Correspondientes Grados de Membresía.

Esta aproximación consiste de 5 pasos:

Paso 1. Dividir los rangos de entradas y salida en regiones "fuzzy". Se divide cada dominio en intervalos en 2N+1 regiones (N puede ser diferen-

te para diferentes variables, y las longitudes de las regiones pueden ser iguales o desiguales) nombrándose como SN(pequeñaN), ..., S1(pequeña 1), CE(centro), B1(grande 1), ..., BN(gran N), y asignándose a cada región una función de membresía.

En este caso, para la variable x se toman 5 regiones (N=2), mientras que φ se dividió en 7 regiones (N=3) y θ se dividió en 7 regiones (N=3). La selección de las regiones para la va-



riable tiene su origen en la experiencia de cada diseñador. La forma de cada función de membresía es triangular(vease la **figura 4**).

Paso 2. *Primero*, determinar los grados de $x^{(i)}$, $\phi^{(i)}$, y $\theta^{(i)}$ en diferentes regiones. Por ejemplo, $x^{(4)}$ en la **tabla 1** tiene un grado de 0.43 en S2 y de 0.22 en S1; de manera similar, $\phi^{(4)}$ tiene grados de 0.52 en S1 y de 0.23 en S2 y, finalmente, $\theta^{(4)}$ tiene solamente un grado de 0.60 en S2.

Segundo, se asigna un grado máximo a cada región, por ejemplo, para $x^{(4)}$ es S2, para $\phi^{(4)}$ es S1, y $\theta^{(4)}$ es S2.

Finalmente, se obtiene una regla desde un par de datos de entrada-salida, por ejemplo:

$$(x^{(4)}, \phi^{(4)}; \theta^{(4)}) \Rightarrow [x^{(4)} (0.43 \text{ en S2, max}), \phi^{(4)} (0.52 \text{ en S1, max}); \theta^{(4)} (0.60 \text{ en S2, max})] \Rightarrow \dots$$

- Regla 4: Si $x^{(4)}$ es S2 y $\phi^{(4)}$ es S1, *Entonces* $\theta^{(4)}$ es S2.

Las reglas generadas de este modo son reglas lógicas "and", esto es, la regla en la cual la condición *Si* pueda estar unida simultáneamente, a fin de que la parte *Entonces* ocurra.

Para este problema, de las reglas "fuzzy" generadas desde el dato numérico, solamente las reglas "and" son requeridas; por lo tanto los antecedentes deben ser componentes diferentes de un vector de entrada único.

Paso 3. Asignar un grado a cada Regla Generada. Usualmente hay muchos pares de datos, como en la **tabla 1** en que existen 18, y cada par genera una regla. Es probable que existan algunas reglas en conflicto, esto es, que tengan la misma parte *Si* pero diferente parte *Entonces*. Un modo de arreglar este conflicto es

asignarle un grado a cada regla generada desde el par de datos y aceptar solamente la regla de un grupo en conflicto que tenga el máximo grado.

Para la regla 4 el grado es:

$$\begin{aligned} D(\text{regla 4}) &= (\mu_x)(\mu_\phi)(\mu_\theta) \\ &= (0.43)(0.52)(0.6) \\ &= 0.13 \end{aligned}$$

Donde los μ representan las funciones de membresía de esta reglas.

En la **tabla 1**, de los pares $x^{(5)}$, $\phi^{(5)}$ a los pares $x^{(13)}$, $\phi^{(13)}$ se tienen entradas en conflicto; es decir, con la misma función de membresía (S1). Escogiendo la regla que tiene mayor grado, se observa que es la regla 8.

$$\begin{aligned} D(\text{regla 8}) &= (\mu_x)(\mu_\phi)(\mu_\theta) \\ &= (0.87)(0.78)(0.49) \\ &= 0.33 \Rightarrow \text{S2} \end{aligned}$$

Paso 4. Crear una Base de Reglas "fuzzy" Combinada. En las **tablas (1 a 14)** se encuentran las bases de reglas "fuzzy" generadas. Los cuadros se llenan con las reglas "fuzzy" generadas de acuerdo a la siguiente estrategia: Si existe más de una regla en un cuadro de la base de reglas "fuzzy", se usa la regla que tenga el mayor grado.

Por ejemplo, en la base de reglas generadas de la **tabla 1**, **tabla 2**, y **tabla 6**, y en el cuadro determinado por las entradas S2 y S1 se tienen 3 reglas:

Tabla 1. **Regla 4:**
D(regla 4) = 0.13 \Rightarrow S2

Tabla 2. **Regla 5:**
D(regla 5) = 0.71 \Rightarrow B1

Tabla 3. **Regla 10:**
D(regla 10) = 0.031 \Rightarrow B1

Por lo tanto, comparando el grado de estas reglas se observa que el grado de la regla generada "fuzzy" de

la tabla 2 es mayor, y es la que aparecerá en la Base de Regla Combinada, (Ver **Tabla 15**).

Paso 5. Determinar un Mapeo Basado en la Base de Reglas Combinadas. Usando la estrategia de desfuzzificación, se obtiene la salida de control θ para las entradas (x, ϕ) . Primero, dadas las entradas (x, ϕ) , se combinan los antecedentes de la i -ésima regla "fuzzy", usando la operación producto para determinar el grado, μ_{o^i} , de la salida de control correspondiente a (x, ϕ) ; esto es:

$$\mu_{o^i} = \mu_{i_x}(x) \mu_{i_\phi}(\phi)$$

donde o^i es la región de salida de la regla e i_j es la región de entrada de la regla para los componentes j -ésimos. Por ejemplo, para la regla 4, sería:

$$\mu_{s2}^4 = \mu_{s2}(x) \mu_{s1}(\phi)$$

Usando la fórmula de "desfuzzificación" del promedio central se puede determinar finalmente la salida θ .

$$\theta = \frac{\sum_i^M (\mu_{o^i} y_i)}{\sum_i^M (\mu_{o^i})}$$

donde y_i es el valor central de la región o^i , y M es el número de reglas en la Base de Reglas Combinadas.

Sumario

Este método resultó sumamente práctico, debido a que ejecuta una operación simple sobre los datos de entrada, generando reglas "fuzzy" a partir de datos numéricos.

Las reglas generadas se obtienen por una combinación (de ahí su carácter de combinadas) tanto de la información numérica como de la información de la experiencia humana, observándose en este ejemplo una reducción de 35 a 27 reglas.

Bibliografía

- [1] Li-Xin Wang. "Adaptive Fuzzy Systems and Control. Design and Stability Analysis". Capítulo 5. Prentice Hall. 1994.

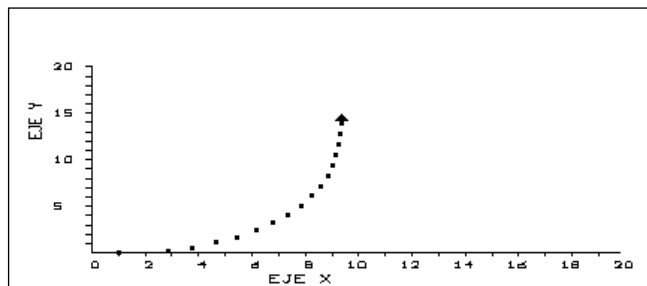


Figura 5. Trayectoria del camión usando las Reglas "Fuzzy" del Par de Entrada-Salida Deseado ($x < 1a10 >$, $\phi < 0^\circ a 90^\circ >$; $\theta < -19^\circ a 0^\circ >$)

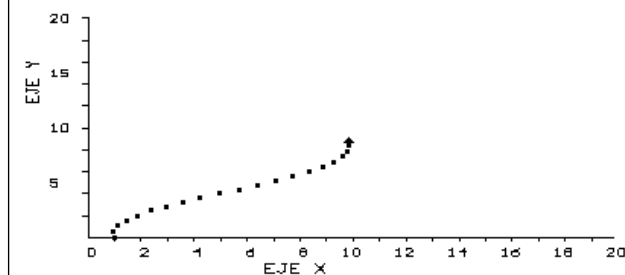


Figura 6. Trayectoria del camión usando las Reglas "Fuzzy" del Par Entrada-Salida Deseado ($x < 1a10 >$, $\phi < 90^\circ a 90^\circ >$; $\theta < -19^\circ a 0^\circ >$)

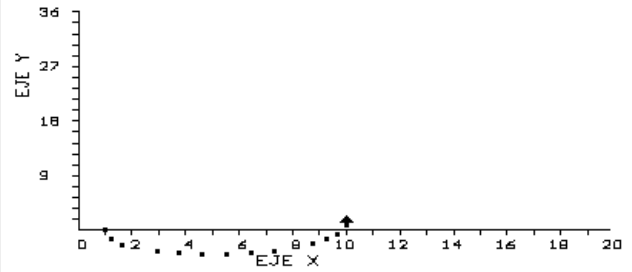


Figura 7. Trayectoria del camión usando las Reglas "Fuzzy" del Par Entrada-Salida Deseado ($x < 1a10 >$, $\phi < 270^\circ a 90^\circ >$; $\theta < -29^\circ a 0^\circ >$)

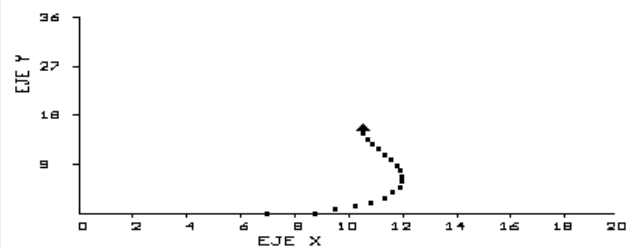


Figura 8. Trayectoria del camión usando Reglas "Fuzzy" para el Par de Entrada-Salida Deseado ($x < 7a10 >$, $\phi < 0^\circ a 90^\circ >$; $\theta < -29^\circ a 0^\circ >$)

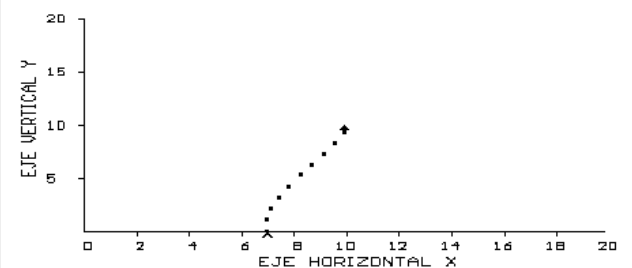


Figura 9. Trayectoria del camión usando Reglas "Fuzzy" para el Par de Entrada-Salida Deseado ($x < 7 a 10 >$, $\phi < 90^\circ a 90^\circ >$; $\theta < -19^\circ a 0^\circ >$)

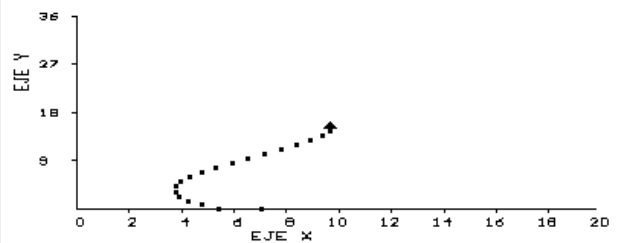


Figura 10. Trayectoria del camión usando Reglas "Fuzzy" para el Par de Entrada-Salida Deseado ($x < 7a10 >$, $\phi < 180^\circ a 90^\circ >$; $\theta < 40^\circ a 0^\circ >$)

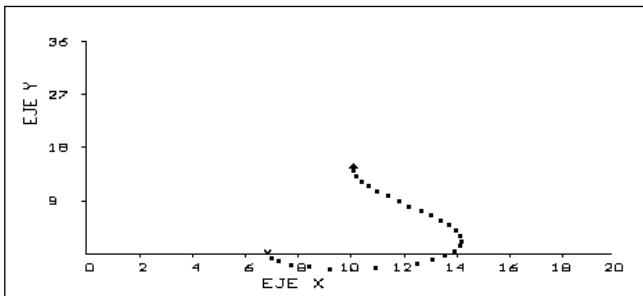


Figura 11. Trayectoria del camión usando Reglas "Fuzzy" para el Par de Entrada-Salida Deseado ($x < 7 a 10, \phi < 270^{\circ} a 90^{\circ}; \theta < -40^{\circ} a 0^{\circ}$)

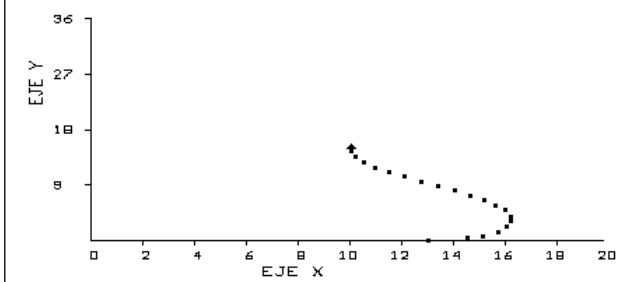


Figura 12. Trayectoria del camión usando Reglas "Fuzzy" para el Par de Entrada-Salida Deseado ($x < 13 a 10, \phi < 0^{\circ} a 90^{\circ}; \theta < -40^{\circ} a 0^{\circ}$)

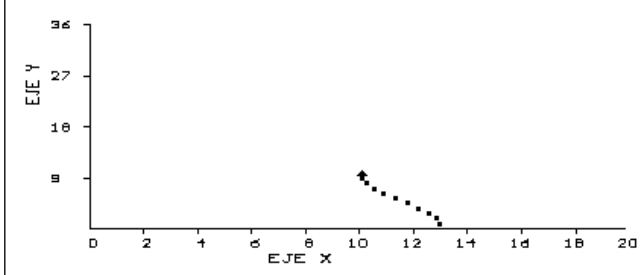


Figura 13. Trayectoria del camión usando Reglas "Fuzzy" para el Par de Entrada-Salida Deseado ($x < 13 a 10, \phi < 90^{\circ} a 90^{\circ}; \theta < -19^{\circ} a 0^{\circ}$)

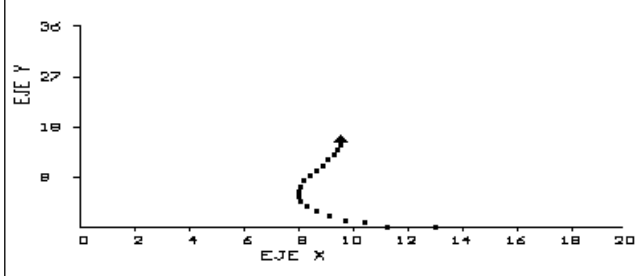


Figura 14. Trayectoria del camión usando Reglas "Fuzzy" para el Par de Entrada-Salida Deseado ($x < 13 a 10, \phi < 180^{\circ} a 90^{\circ}; \theta < 29^{\circ} a 0^{\circ}$)

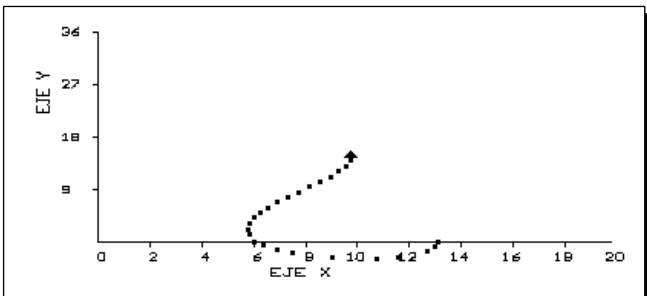


Figura 15. Trayectoria del camión usando Reglas "Fuzzy" para el Par de Entrada-Salida Deseado ($x < 13 a 10, \phi < 270^{\circ} a 90^{\circ}; \theta < -40^{\circ} a 0^{\circ}$)

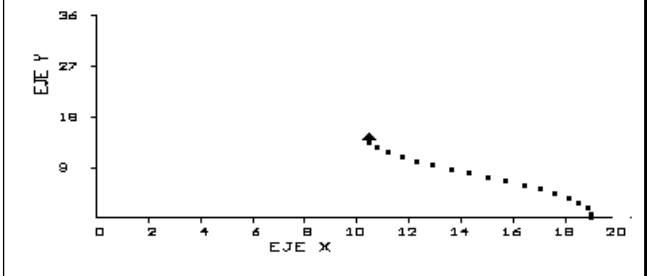


Figura 16. Trayectoria del camión usando Reglas "Fuzzy" para el Par de Entrada-Salida Deseado ($x < 19 a 10, \phi < 90^{\circ} a 90^{\circ}; \theta < -19^{\circ} a 0^{\circ}$)

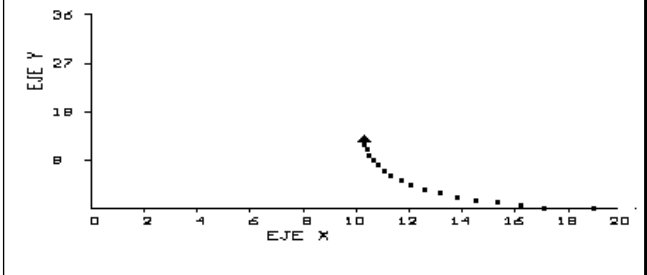


Figura 17. Trayectoria del camión usando Reglas "Fuzzy" para el Par de Entrada-Salida Deseado ($x < 19 a 10, \phi < 180^{\circ} a 90^{\circ}; \theta < 19^{\circ} a 0^{\circ}$)

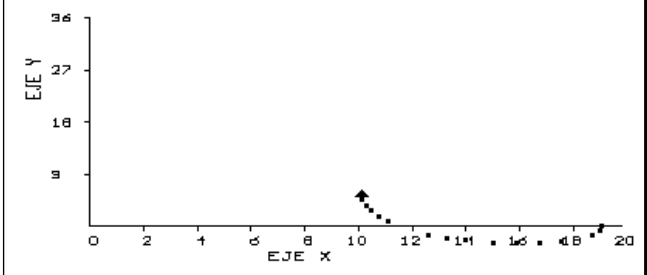


Figura 18. Trayectoria del camión usando Reglas "Fuzzy" para el Par de Entrada-Salida Deseado ($x < 19 a 10, \phi < 270^{\circ} a 90^{\circ}; \theta < 40^{\circ} a 0^{\circ}$)

t	x	y	phi	theta	Ux	Uy	Uphi	Utheta	
0	1.00	0.00	0.00	-19.00	S2	1.00	S2	0.92	S2
1	1.95	0.00	9.37	-17.95	S2	0.92	S2	0.79	S2
2	2.88	0.15	18.23	-16.90	S2	0.75	S2	0.59	S2
3	3.79	0.45	26.59	-15.85	S2	0.58	S2	0.41	S2
4	4.65	0.88	34.44	-14.80	S2	0.43	S1	0.25	S2
5	5.45	1.45	41.78	-13.75	S1	0.48	S1	0.71	S2
6	6.17	2.08	48.60	-12.70	S1	0.72	S1	0.94	S2
7	6.82	2.81	54.91	-11.65	S1	0.94	S1	0.94	S2
8	7.38	3.61	60.71	-10.60	S1	0.97	S1	0.49	S2
9	7.86	4.47	65.99	-9.55	S1	0.71	S1	0.64	S1
10	8.27	5.37	70.74	-8.50	S1	0.38	S1	0.51	S1
11	8.59	6.30	74.98	-7.45	S1	0.47	S1	0.40	S1
12	8.85	7.26	78.70	-6.40	S1	0.38	S1	0.30	S1
13	9.04	8.24	81.89	-5.35	S1	0.32	S1	0.22	S1
14	9.18	9.22	84.57	-4.30	S1	0.27	CE	0.46	S1
15	9.28	10.21	86.71	-3.25	CE	0.28	CE	0.67	S1
16	9.34	11.21	88.34	-2.20	CE	0.34	CE	0.83	CE
17	9.39	12.21	89.44	-1.15	CE	0.39	CE	0.94	CE

t	x	y	phi	theta	Ux	Uy	Uphi	Utheta	
0	1.00	0.00	0.00	-29.00	S2	1.00	S3	0.50	S3
1	1.00	-0.37	-75.00	-28.20	S2	1.00	S3	0.78	S3
2	1.21	-1.73	-62.30	-27.40	S2	0.95	S3	0.65	S2
3	1.63	-2.52	-49.00	-26.60	S2	0.86	S2	0.68	S2
4	2.21	-3.19	-36.06	-25.80	S2	0.87	S2	0.48	S2
5	2.94	-3.72	-23.30	-25.00	S2	0.74	S2	0.48	S2
6	3.77	-4.08	-11.30	-24.20	S2	0.59	S2	0.75	S2
7	4.67	-4.26	0.33	-23.40	S2	0.43	S2	0.99	S2
8	5.58	-4.25	11.98	-22.60	S1	0.33	S2	0.73	S2
9	6.49	-4.06	23.06	-21.80	S1	0.83	S2	0.49	S2
10	7.34	-3.70	33.76	-21.00	S1	0.69	S1	0.50	S2
11	8.12	-3.18	44.09	-20.20	S1	0.63	S1	0.78	S2
12	8.79	-2.52	54.06	-19.40	S1	0.40	S1	0.96	S2
13	9.35	-1.76	63.59	-18.60	CE	0.35	S1	0.70	S2
14	9.77	-0.91	72.76	-17.80	CE	0.77	S1	0.46	S2
15	10.05	-0.00	81.56	-17.00	CE	1.00	S1	0.23	S2
16	10.19	0.95	89.97	-16.20	CE	1.00	CE	1.00	CE

Tabla 1 Pares Entrada - Salida Deseados (x<1 a 10>, phi<0° a 90°>; theta<19° a 0°>), Delta = 1.05 y Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas

S2	S1	CE	B1	B2
S2	S2			
S1	S2			
CE	S1			
B1				
B2				
B3				

Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas

S2	S1	CE	B1	B2
S2	S1			
S3	S2			
S2	S2			
S1	S2			
CE	S1			
B1				
B2				
B3				

Grados de las Reglas "Fuzzy"

S2	S1	CE	B1	B2
S2	S2			
S1	S2			
CE	S1			
B1				
B2				
B3				

Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas

t	x	y	phi	theta	Ux	Uy	Uphi	Utheta	
0	1.00	0.00	0.00	-29.00	S2	1.00	S3	0.50	S3
1	1.00	-0.37	-75.00	-28.20	S2	1.00	S3	0.78	S3
2	1.21	-1.73	-62.30	-27.40	S2	0.95	S3	0.65	S2
3	1.63	-2.52	-49.00	-26.60	S2	0.86	S2	0.68	S2
4	2.21	-3.19	-36.06	-25.80	S2	0.87	S2	0.48	S2
5	2.94	-3.72	-23.30	-25.00	S2	0.74	S2	0.48	S2
6	3.77	-4.08	-11.30	-24.20	S2	0.59	S2	0.75	S2
7	4.67	-4.26	0.33	-23.40	S2	0.43	S2	0.99	S2
8	5.58	-4.25	11.98	-22.60	S1	0.33	S2	0.73	S2
9	6.49	-4.06	23.06	-21.80	S1	0.83	S2	0.49	S2
10	7.34	-3.70	33.76	-21.00	S1	0.69	S1	0.50	S2
11	8.12	-3.18	44.09	-20.20	S1	0.63	S1	0.78	S2
12	8.79	-2.52	54.06	-19.40	S1	0.40	S1	0.96	S2
13	9.35	-1.76	63.59	-18.60	CE	0.35	S1	0.70	S2
14	9.77	-0.91	72.76	-17.80	CE	0.77	S1	0.46	S2
15	10.05	-0.00	81.56	-17.00	CE	1.00	S1	0.23	S2
16	10.19	0.95	89.97	-16.20	CE	1.00	CE	1.00	CE

Tabla 3 Pares Entrada - Salida Deseados (x<1 a 10>, phi<270° a 90°>; theta<29° a 0°>), Delta = 0.8 y Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas

S2	S1	CE	B1	B2
S2	S2			
S1	S2			
CE	S1			
B1				
B2				
B3				

Grados de las Reglas "Fuzzy"

t	x	y	phi	theta	Ux	Uy	Uphi	Utheta	
0	1.00	0.00	0.00	-29.00	S1	1.00	S3	0.45	S3
1	1.00	0.00	14.03	-26.53	S1	0.71	S2	0.69	S2
2	1.21	0.22	27.08	-24.70	S1	0.42	S2	0.40	S2
3	1.63	0.63	39.14	-22.55	CE	0.35	S1	0.64	S2
4	2.07	1.21	50.19	-20.40	CE	0.73	S1	0.94	S2
5	2.53	1.89	60.23	-18.25	B1	0.29	S1	0.79	S2
6	3.00	2.56	69.24	-16.10	B1	0.45	S1	0.55	S2
7	3.47	3.23	77.21	-13.95	B1	0.56	S1	0.34	S2
8	3.94	3.90	84.13	-11.80	B1	0.63	CE	0.41	S1
9	4.41	4.57	90.00	-9.65	B1	0.66	CE	1.00	S1
10	4.88	5.24	94.81	-7.50	B1	0.66	CE	0.52	S1
11	5.35	5.91	98.55	-5.35	B1	0.64	B1	0.23	S1
12	5.82	6.58	102.28	-3.20	B1	0.50	B1	0.30	S1
13	6.29	7.25	106.01	-1.05	B1	0.52	B1	0.34	CE
14	6.76	7.92	109.74	1.10	B1	0.35	B1	0.36	CE
15	7.23	8.59	113.47	3.25	B1	0.37	B1	0.34	B1
16	7.70	9.26	117.20	5.40	B1	0.3	B1	0.30	B1
17	8.17	9.93	120.93	7.55	CE	0.3	B1	0.33	B1
18	8.64	10.60	124.66	9.70	CE	0.45	CE	0.33	B1
19	9.11	11.27	128.39	11.85	CE	0.53	CE	0.99	CE

Tabla 4 Pares Entrada - Salida Deseados (x<7 a 10>, phi<0° a 90°>; theta<29° a 0°>), Delta = 2.15 y Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas

S2	S1	CE	B1	B2
S2	S2			
S1	S2			
CE	S1			
B1				
B2				
B3				

Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas

t	x	y	phi	theta	Ux	Uy	Uphi	Utheta	
0	1.00	0.00	0.00	-29.00	S1	1.00	S3	0.45	S3
1	1.00	0.00	14.03	-26.53	S1	0.71	S2	0.69	S2
2	1.21	0.22	27.08	-24.70	S1	0.42	S2	0.40	S2
3	1.63	0.63	39.14	-22.55	CE	0.35	S1	0.64	S2
4	2.07	1.21	50.19	-20.40	CE	0.73	S1	0.94	S2
5	2.53	1.89	60.23	-18.25	B1	0.29	S1	0.79	S2
6	3.00	2.56	69.24	-16.10	B1	0.45	S1	0.55	S2
7	3.47	3.23	77.21	-13.95	B1	0.56	S1	0.34	S2
8	3.94	3.90	84.13	-11.80	B1	0.63	CE	0.41	S1
9	4.41	4.57	90.00	-9.65	B1	0.66	CE	1.00	S1
10	4.88	5.24	94.81	-7.50	B1	0.66	CE	0.52	S1
11	5.35	5.91	98.55	-5.35	B1	0.64	B1	0.23	S1
12	5.82	6.58	102.28	-3.20	B1	0.50	B1	0.30	S1
13	6.29	7.25	106.01	-1.05	B1	0.52	B1	0.34	CE
14	6.76	7.92	109.74	1.10	B1	0.35	B1	0.36	CE
15	7.23	8.59	113.47	3.25	B1	0.37	B1	0.34	B1
16	7.70	9.26	117.20	5.40	B1	0.3	B1	0.30	B1
17	8.17	9.93	120.93	7.55	CE	0.3	B1	0.33	B1
18	8.64	10.60	124.66	9.70	CE	0.45	CE	0.33	B1
19	9.11	11.27	128.39	11.85	CE	0.53	CE	0.99	CE

Tabla 5 Pares Entrada - Salida Deseados (x<1 a 10>, phi<0° a 90°>; theta<19° a 0°>), Delta = 2.232 y Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas

S2	S1	CE	B1	B2
S2	S2			
S1	S2			
CE	S1			
B1				
B2				
B3				

Grados de las Reglas "Fuzzy"

t	x	y	phi	theta	Ux	Uy	Uphi	Utheta	
0	1.00	0.00	0.00	-29.00	S2	1.00	S2	0.92	S2
1	1.95	0.00	9.37	-17.95	S2	0.92	S2	0.84	S2
2	2.88	0.15	18.23	-16.90	S2	0.75	S2	0.76	S2
3	3.79	0.45	26.59	-15.85	S2	0.58	S2	0.68	S2
4	4.65	0.88	34.44	-14.80	S2	0.43	S1	0.60	S1
5	5.45	1.45	41.78	-13.75	S1	0.48	S1	0.71	S2
6	6.17	2.08	48.60	-12.70	S1	0.72	S1	0.94	S2
7	6.82	2.81	54.91	-11.65	S1	0.94	S1	0.94	S2
8	7.38	3.61	60.71	-10.60	S1	0.97	S1	0.49	S2
9	7.86	4.47	65.99	-9.55	S1	0.71	S1	0.64	S2
10	8.27	5.37	70.74	-8.50	S1	0.51	S1	0.79	S2
11	8.59	6.30	74.98	-7.45	S1	0.47	S1	0.40	S1
12	8.85	7.26	78.70	-6.40	S1	0.38	S1	0.30	S1
13	9.04	8.24	81.89	-5.35	S1	0.32	S1	0.22	S1
14	9.18	9.22	84.57	-4.30	S1	0.27	CE	0.46	S1
15	9.28	10.21	86.71	-3.25	CE	0.28	CE	0.67	S1
16	9.34	11.21	88.34	-2.20	CE	0.34	CE	0.83	CE
17	9.39	12.21	89.44	-1.15	CE	0.39	CE	0.94	CE

PARES E.S. GENERADAS (x,y,φ)		FUNC. Y GRADOS DE MEMBRESIA "FUZZY" GENERADAS				Uregla						
t	x	y	φ	Ux	Uy	Uφ	U1	U2	U3	U4		
0	7.00	0.00	90.00	19.00	SI	1.00	CE	1.00	B3	0.92	B2	
1	7.00	0.95	80.63	14.25	SI	1.00	SI	0.25	B2	0.56	B1	
2	7.16	1.90	72.56	9.50	SI	0.95	SI	0.44	B1	0.64	B2	
3	7.44	2.85	68.83	4.75	SI	0.83	SI	0.56	B1	0.68	B2	
4	7.80	3.78	66.46	0.00	SI	0.75	SI	0.63	CE	1.00	B2	
5	8.20	4.69	66.46	-4.75	SI	0.60	SI	0.63	SI	0.68	B2	
6	8.59	5.61	68.83	-9.50	SI	0.47	SI	0.56	SI	0.64	B1	
7	8.95	6.53	73.56	-14.25	SI	0.35	SI	0.44	SI	0.56	B2	
8	9.22	7.46	80.63	-19.00	SI	0.26	SI	0.25	SI	0.52	B2	
9	9.37	8.39	90.00	0.00	CE	0.37	CE	1.00	CE	1.00	0.37	CE

Tabla 5 Pares Entrada-Salida Deseados (x<7a10>, f<90a 90>; q<19a 0>), Dq = 4.75, y Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas

S2	S1	CE	B1	B2
SI				
S2				
SI	CE			
CE	B2	CE		
B1				
B2				
B3				

Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas

S2	S1	CE	B1	B2
SI				
S2				
SI	0.46			
CE	0.92	0.37		
B1				
B2				
B3				

Grados de las reglas "Fuzzy"

PARES E.S. GENERADAS (x,y,φ)		FUNC. Y GRADOS DE MEMBRESIA "FUZZY" GENERADAS				Uregla							
t	x	y	φ	Ux	Uy	Uφ	U1	U2	U3	U4			
0	7.00	0.00	180.00	4.00	SI	1.00	B2	1.00	B3	1.00	B3		
1	6.23	0.00	161.25	36.30	SI	0.74	B2	0.36	B3	0.84	0.36		
2	5.46	0.26	143.92	33.60	SI	0.49	B1	0.56	B3	0.68	0.19	B3	
3	4.69	0.75	127.76	30.40	SI	0.40	B1	0.99	B3	0.52	0.21	B3	
4	4.28	1.43	113.11	27.20	SI	0.49	B1	0.62	B2	0.45	0.14		
5	3.97	2.25	99.89	24.00	SI	0.56	B1	0.26	B2	0.69	0.10		
6	3.77	3.15	83.16	20.80	SI	0.59	CE	0.82	B2	0.94	0.45	B2	
7	3.80	4.08	71.93	17.60	SI	0.58	SI	0.32	B2	0.82	0.15		
8	4.00	5.02	60.24	14.40	SI	0.52	SI	0.53	SI	0.55	B2	0.37	0.17
9	4.34	5.92	62.09	11.20	SI	0.48	SI	0.74	B1	0.40	0.14		
10	4.80	6.79	58.22	8.00	SI	0.40	SI	0.89	B1	0.36	0.31	B1	
11	5.35	7.61	52.33	4.80	SI	0.45	SI	1.00	B1	0.69	0.31		
12	5.95	8.40	50.13	1.60	SI	0.65	SI	0.94	CE	0.60	0.37		
13	6.59	9.17	48.33	-1.60	SI	0.86	SI	0.92	SI	0.68	0.55		
14	7.25	9.93	50.13	-4.80	SI	0.92	SI	0.94	SI	0.23	0.20		
15	7.88	10.70	52.33	-8.00	SI	0.71	SI	1.00	SI	0.86	0.61	SI	
16	8.49	11.48	56.22	-11.20	SI	0.50	SI	0.89	SI	0.40	0.18		
17	9.03	12.30	62.09	-14.40	SI	0.32	SI	0.74	SI	0.57	0.13		
18	9.48	13.16	69.24	-17.60	CE	0.48	SI	0.55	SI	0.82	0.23		
19	9.82	14.05	77.93	-20.80	CE	0.82	SI	0.32	SI	0.94	0.25	SI	
20	10.02	14.96	83.16	0.00	CE	1.00	CE	1.00	CE	1.00	0.82	CE	

Tabla 6 Pares Entrada-Salida Deseados (x<7a10>, f<180 a 90>; q<40 a 0>), Dq=3.22, y Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas

S2	S1	CE	B1	B2
SI				
S2				
SI	0.31	0.61	0.25	
CE	0.45	1.00		
B1	0.21	0.19		
B2		1.00		
B3				

Grados de las Reglas "Fuzzy"

PARES E.S. GENERADAS (x,y,φ)		FUNC. Y GRADOS DE MEMBRESIA "FUZZY" GENERADAS				Uregla						
t	x	y	φ	Ux	Uy	Uφ	U1	U2	U3	U4		
0	7.00	0.00	270.00	-4.00	SI	1.00	B3	0.30	SI	1.00	0.30	SI
1	7.00	-0.77	-71.25	-38.00	SI	1.00	SI	0.88	SI	0.90	0.79	SI
2	7.25	-1.51	-53.32	-56.04	SI	0.92	SI	0.77	SI	0.89	0.57	
3	7.74	-2.16	-36.21	-56.06	SI	0.75	SI	0.42	SI	0.79	0.22	
4	8.40	-2.65	-19.95	-52.08	SI	0.53	SI	0.56	SI	0.60	0.18	SI
5	9.06	-2.91	9.96	-50.10	SI	0.27	SI	0.50	SI	0.50	0.12	
6	10.06	-3.01	29.81	-28.12	CE	0.94	SI	0.78	SI	0.41	0.20	SI
7	10.93	-2.83	53.66	-26.14	SI	0.81	SI	0.64	SI	0.33	0.38	SI
8	11.78	-2.48	77.93	-24.16	SI	0.63	SI	0.48	SI	0.25	0.50	SI
9	12.49	-1.95	101.14	-22.18	SI	0.33	SI	0.33	SI	0.23	0.64	SI
10	13.11	-1.26	124.02	-20.20	B1	0.96	SI	0.3	SI	0.88	0.78	SI
11	13.59	-0.46	146.96	-18.22	B1	0.80	SI	0.6	SI	0.82	0.59	
12	13.93	0.43	171.96	-16.24	B1	0.69	SI	0.32	SI	0.71	0.16	
13	14.13	1.37	198.00	-14.26	B1	0.62	SI	0.60	SI	0.56	0.21	SI
14	14.20	2.33	223.97	-12.28	B1	0.60	CE	0.69	SI	0.41	0.17	SI
15	14.15	3.31	249.17	-10.20	B1	0.62	B1	0.24	SI	0.53	0.08	
16	13.99	4.28	274.30	-8.22	B1	0.67	B1	0.38	SI	0.31	0.21	
17	13.75	5.24	300.56	-6.24	B1	0.75	B1	0.49	CE	0.91	0.33	
18	13.43	6.18	327.86	-4.26	B1	0.86	B1	0.58	CE	0.62	0.31	
19	13.06	7.10	356.18	-2.28	B1	0.99	B1	0.67	CE	0.52	0.29	
20	12.66	8.03	385.53	-0.28	B1	0.89	B1	0.67	CE	0.60	0.52	CE
21	12.24	8.93	415.19	1.78	B1	0.75	B1	0.67	B1	0.23	0.12	
22	11.81	9.83	445.40	3.76	B1	0.60	B1	0.63	B1	0.51	0.30	
23	11.40	10.74	476.22	5.74	B1	0.47	B1	0.60	B1	0.79	0.22	
24	11.02	11.66	507.65	7.72	CE	0.98	B1	0.53	B2	0.93	0.48	B2
25	10.68	12.59	540.10	9.70	CE	0.82	B1	0.43	B2	0.64	0.09	
26	10.41	13.54	573.65	11.68	CE	0.59	B1	0.30	B2	0.36	0.06	
27	10.22	14.50	608.65	13.66	CE	0.78	B1	0.43	B2	0.08	0.03	
28	10.12	15.47	645.97	15.64	CE	0.83	CE	0.9	CE	1.00	0.19	CE

Tabla 7 Pares de Entrada-Salida Deseados (x<7a10>, f<270 a 90>; q<-40a 0>), Dq = 1.98, y Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas

S2	S1	CE	B1	B2
SI				
S2				
SI	0.18	0.30	0.22	
CE				
B1				
B2				
B3				

Grados de las Reglas "Fuzzy"

PARES E.S. GENERADAS (x,y,φ)		FUNC. Y GRADOS DE MEMBRESIA "FUZZY" GENERADAS				Uregla						
t	x	y	φ	Ux	Uy	Uφ	U1	U2	U3	U4		
0	13.00	0.00	0.00	-40.00	B1	1.00	SI	1.00	SI	1.00	1.00	SI
1	13.77	0.00	18.75	-36.79	B1	0.74	SI	0.58	SI	0.84	0.36	
2	14.52	0.26	36.17	-33.58	B1	0.49	SI	0.50	SI	0.68	0.19	SI
3	15.20	0.75	52.23	-30.37	B2	0.40	SI	0.99	SI	0.52	0.21	
4	15.73	1.43	66.87	-27.16	B2	0.50	SI	0.67	SI	0.45	0.13	
5	16.07	2.25	80.06	-23.95	B2	0.56	SI	0.27	SI	0.70	0.11	
6	16.23	3.15	91.77	-20.74	B2	0.59	CE	0.82	SI	0.94	0.45	
7	16.30	4.08	101.97	-17.53	B2	0.58	B1	0.32	SI	0.81	0.15	
8	16.01	5.02	109.63	-14.32	B2	0.53	B1	0.53	SI	0.56	0.17	SI
9	15.66	5.92	117.74	-11.11	B2	0.48	B1	0.74	SI	0.41	0.13	
10	15.21	6.79	125.27	-7.90	B1	0.30	B1	0.89	SI	0.37	0.23	
11	14.66	7.62	132.21	-4.69	B1	0.45	B1	0.99	SI	0.67	0.30	
12	14.06	8.41	139.15	-1.48	B1	0.65	B1	0.95	CE	0.63	0.39	
13	13.43	9.19	150.29	1.73	B1	0.86	B1	0.93	CE	0.37	0.46	
14	12.78	9.95	159.42	4.94	B1	0.95	B1	0.95	B1	0.71	0.63	B1
15	12.15	10.72	167.86	8.15	B1	0.72	B1	0.95	B1	0.84	0.60	
16	11.55	11.51	172.89	11.36	B1	0.52	B1	0.88	B1	0.38	0.17	
17	11.02	12.33	177.84	14.57	CE	0.34	B1	0.73	B2	0.38	0.14	
18	10.58	13.19	180.01	17.78	CE	0.43	B1	0.53	B2	0.83	0.18	
19	10.25	14.09	180.23	20.90	CE	0.75	B1	0.30	B3	0.92	0.21	B3
20	10.07	15.00	180.01	24.00	CE	1.00	CE	0.91	CE	1.00	0.91	CE

Tabla 8 Pares de Entrada-Salida Deseados (x<13a10>, f<0 a 90>; q<-40a 0>), Dq = 3.21, y Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas

S2	S1	CE	B1	B2
SI				
S2				
SI				
CE				
B1				
B2				
B3				

Grados de las Reglas "Fuzzy"

t	x	y	ϕ	θ	Ux	Uy	U ϕ	U θ	Uregla
0	19.00	0.00	180.00	19.00	B2	1.00	B2	1.00	B2 0.92 0.92
1	18.05	0.00	170.63	17.94	B2	0.92	B2	0.79	B2 0.84 0.61
2	17.12	0.15	161.77	16.88	B2	0.75	B2	0.54	B2 0.76 0.34
3	16.21	0.45	153.42	15.82	B2	0.58	B2	0.41	B2 0.68 0.16
4	15.35	0.88	145.59	14.76	B2	0.40	B1	0.22	B2 0.60 0.13
5	14.55	1.43	138.27	13.70	B1	0.48	B1	0.71	B2 0.52 0.18
6	13.82	2.08	131.47	12.64	B1	0.73	B1	0.89	B2 0.43 0.28
7	13.18	2.81	125.19	11.58	B1	0.94	B1	0.94	B2 0.35 0.31
8	12.61	3.61	119.43	10.52	B1	0.87	B1	0.78	B1 0.30 0.34
9	12.13	4.47	114.19	9.46	B1	0.71	B1	0.65	B1 0.65 0.30
10	11.73	5.37	109.48	8.40	B1	0.58	B1	0.52	B1 0.80 0.24
11	11.40	6.30	105.29	7.34	B1	0.47	B1	0.41	B1 0.95 0.18
12	11.13	7.25	101.63	6.28	B1	0.38	B1	0.31	B1 0.90 0.11
13	10.93	8.23	98.49	5.22	B1	0.31	B1	0.23	B1 0.75 0.05
14	10.79	9.21	95.88	4.16	B1	0.26	B1	0.41	B1 0.59 0.06
15	10.68	10.21	93.80	3.10	B1	0.32	CE	0.62	B1 0.44 0.09
16	10.62	11.20	92.26	2.04	CE	0.38	CE	0.77	B1 0.49 0.14
17	10.58	12.20	91.24	0.98	CE	0.42	CE	0.88	B1 0.49 0.28
18	10.56	13.20	90.75	0.00	CE	0.44	CE	0.93	CE 1.00 0.41

Tabla 13 Pares de Entrada-Salida Deseados ($x < 19a 10 >$, $f < 180a 90 >$; $q < 19a 0 >$), $Dq = 1.106$, y Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas.

t	x	y	ϕ	θ	Ux	Uy	U ϕ	U θ	Uregla
0	19.00	0.00	270.00	40.00	B2	1.00	B3	0.30	B3 1.00 0.30
1	19.00	-0.77	251.25	37.73	B2	1.00	B3	0.88	B3 0.89 0.78
2	18.75	-1.51	233.44	35.46	B2	1.00	B3	0.76	B3 0.77 0.59
3	18.26	-2.17	216.57	33.19	B2	0.96	B3	0.43	B3 0.66 0.27
4	17.59	-2.67	200.69	30.92	B2	0.83	B2	0.54	B3 0.55 0.25
5	16.79	-2.97	185.80	28.65	B2	0.69	B2	0.87	B3 0.45 0.36
6	15.91	-3.06	171.93	26.38	B2	0.53	B2	0.82	B3 0.51 0.22
7	15.03	-2.93	159.10	24.11	B2	0.37	B2	0.54	B2 0.68 0.14
8	14.17	-2.61	147.31	21.84	B1	0.61	B1	0.47	B2 0.86 0.25
9	13.39	-2.11	136.59	19.57	B1	0.87	B1	0.76	B2 0.97 0.64
10	12.71	-1.46	126.95	17.30	B1	0.90	B1	0.99	B3 0.79 0.70
11	12.13	-0.70	118.40	15.03	B1	0.71	B1	0.76	B2 0.62 0.33
12	11.67	0.15	110.95	12.76	B1	0.56	B1	0.56	B2 0.44 0.14
13	11.33	1.06	104.61	10.49	B1	0.44	B1	0.39	B1 0.50 0.09
14	11.08	2.02	99.38	8.22	B1	0.36	B1	0.25	B1 0.83 0.07
15	10.92	2.99	95.29	5.95	B1	0.31	CE	0.47	B1 0.83 0.12
16	10.82	3.98	92.31	3.68	B1	0.27	CE	0.77	B1 0.53 0.11
17	10.78	4.98	90.47	0.00	B1	0.26	CE	0.95	CE 1.00 0.25

Tabla 14 Pares de Entrada-Salida Deseados ($x < 19a 10 >$, $f < 270a 90 >$; $q < 40a 0 >$), $Dq = 2.27$, y Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas.

	S2	S1	CE	B1	B2
S3					
S2					
S1					
CE				CE	B1
B1				B2	B2
B2					
B3					

Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas

	S2	S1	CE	B1	B2
S3					
S2					
S1					
CE				0.41	0.34
B1				0.13	0.92
B2					
B3					

Grados de las Reglas "Fuzzy"

	S2	S1	CE	B1	B2
S3					
S2					
S1					
CE					CE
B1					B2
B2					B3
B3					B3

Base de las Reglas "Fuzzy" Generadas

	S2	S1	CE	B1	B2
S3					
S2					
S1					
CE				0.25	
B1				0.70	
B2					0.26
B3					0.30

Grados de las Reglas "Fuzzy"

	S2	S1	CE	B1	B2
S3					
S2	S2	S3			
S1	S2	S3	S3		
CE	B1	S1	S2	S2	S3
B1	B2	B2	B2	B1	S1
B2	B3	B3	B3	B3	B2
B3				B3	B3

	S2	S1	CE	B1	B2
S3	0.41	0.79			
S2	0.92	0.45	0.30	1.00	
S1	0.71	0.81	0.67	0.78	0.21
CE	0.92	0.92	1.00	0.92	0.92
B1	0.21	0.83	0.66	0.81	0.71
B2		1.00	0.3	0.45	0.92
B3				0.79	0.5

Tabla 15. Base de Reglas "Fuzzy" Combinada y Grados de membresía.